حمل الآن

مجانا وحصريا

المراجعة رقم (1)

اختبار شهر نوفمبر







ثانيًا نماذج اختبارات شهر نوفمبر

اختبار 1

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) إذا كان : جا $(990° - \theta) = \frac{1}{2}$ حيث θ قياس أصغر زاوية موجبة

فإن : θ = ...

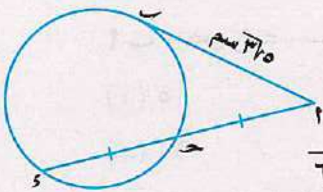
(أ) ٣٠° (ب) ١٥٠° (جـ) ٢١٠° (د) ٣٣٠°

(٢) إذا كان ل ، م هما جذرا المعادلة : س^2 − ٨ س + حـ = ٠ وكان : ل^2 + م^2 = ٤٠

فإن : حـ = ...

(أ) ٨ (ب) ١٠ (جـ) ١٢ (د) ١٤

(٣) في الشكل المقابل :



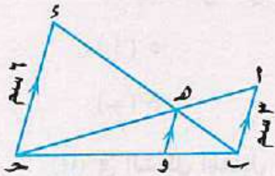
$\overleftrightarrow{أب}$ مماسة للدائرة عند ب ، حـ منتصف $\overline{أد}$

، أب = ٥ √٣ سم فإن : أد = ... سم

(أ) ٢ √٦ (ب) ٥ √٦

(جـ) ٥ (د) ٢,٥ √٦

(٤) في الشكل المقابل :



إذا كان : $\overline{أب}$ // $\overline{هـ و}$ // $\overline{حـ د}$

فإن : هـ و = ... سم

(أ) ٢,٥ (ب) ٢

(جـ) ١,٥ (د) ١

(٥) إذا كان ل ، م هما جذرى المعادلة : س^2 − ٥ س + ٧ = ٠

فإن المعادلة التى جذراها : ل^2 ، م^2 هى ....

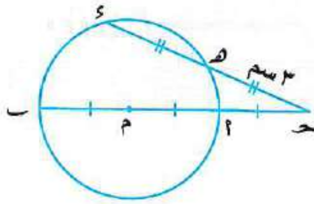
(أ) س^2 + ١١ س + ٤٩ = ٠ (ب) س^2 − ١١ س + ٤٩ = ٠

(جـ) س^2 − ٤٩ س + ١١ = ٠ (د) س^2 + ١١ س − ٤٩ = ٠

(٦) الفترة التى تكون فيها الدالة د : د (س) = س^2 − ٥ س + ٦ موجبة هى ....

(أ) [٢ ، ٣] (ب) ح − {٢ ، ٣} (جـ) ح − [٢ ، ٣] (د) ح −]٢ ، ٣[

(٧) فى الشكل المقابل :



مساحة الدائرة م = ... سم^{٢}

(أ) ٦ π (ب) ١٨ π

(جـ) ٢ $\sqrt{٦}$ π (د) $\sqrt{٦}$ π

(٨) الدالة د : د (θ) = ٢ جا ٤ θ دالة دورية ودورتها تساوى ....

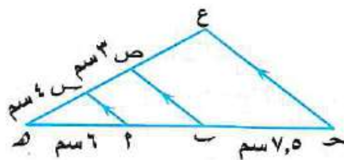
(أ) ٢ π (ب) π (جـ) $\frac{\pi}{٢}$ (د) $\frac{\pi}{٤}$

(٩) إذا كان ل ، م هما جذرا المعادلة : س^{٢} − ٥ س − ٦ = ٠

فإن القيمة العددية للمقدار : ل^{٢} − ٥ ل + ٣ = ...

(أ) −٦ (ب) ٦ (جـ) ٩ (د) ٣

(١٠) فى الشكل المقابل :

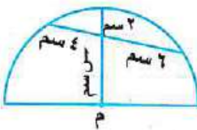


أب + ص ع = ... سم.

(أ) ٥ (ب) ١٣

(جـ) ١١ (د) ٩,٥

(١١) فى الشكل المقابل :

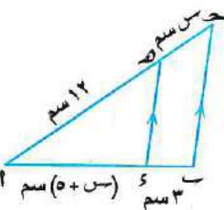


نصف دائرة مركزها م فإن : س = ... سم

(أ) ٥ (ب) ٧

(جـ) ٨ (د) ١٢

(١٢) فى الشكل المقابل :



إذا كان : $\overline{ءهـ}$ // $\overline{بحـ}$ فإن : س = ...

(أ) ٤ (ب) ٩

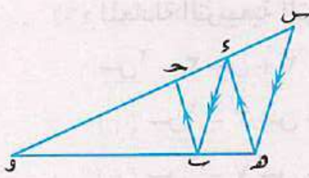
(جـ) ١٢ (د) ٣

٢ أجب عن الأسئلة الآتية :

(١) إذا كانت : د$_{١}$ (س) = س − ٣ ، د$_{٢}$ (س) = ٥ + ٤ س − س^{٢} ابحث إشارة كل من :

د$_{١}$ ، د$_{٢}$ على خط الأعداد وعيِّن الفترة التى تكون فيها الدالتان سالبتين معًا.

(٢) فى الشكل المقابل :



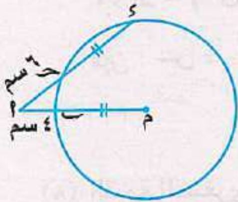
$\overline{هـ ء} // \overline{ب حـ}$ ، $\overline{ء ب} // \overline{هـ س}$

أثبت أن : $\left(\frac{و ب}{و هـ}\right)^2 = \frac{و حـ}{و س}$

اختبار 2

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) فى الشكل المقابل :



إذا كان : ء حـ = م ب

فإن : محيط الدائرة م = ... سم

(أ) ١٥ π (ب) ١٨ π (جـ) ٢٠ π (د) ٢٤ π

(٢) الدالة د : د (س) = أ $س^2$ + ب س + حـ يكون لها إشارة واحدة فى ح عندما ....

(أ) $ب^2$ - ٤ أ حـ > ٠ (ب) $ب^2$ - ٤ أ حـ < ٠

(جـ) $ب^2$ - ٤ أ حـ = ٠ (د) $ب^2$ - ٤ أ حـ ≤ ٠

(٣) لكل ن ∈ ص الحل العام للمعادلة : قتا θ = قا (٣٠° + θ) هو ....

(أ) ٦٠° + ١٨٠° ن (ب) ٣٠° + ٣٦٠° ن

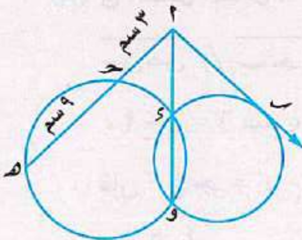
(جـ) ٦٠° + ٣٦٠° ن (د) ٣٠° + ١٨٠° ن

(٤) إذا كان ل ، م هما جذرى المعادلة : $س^2$ - ٧ س + ٣ = ٠ .

فإن : $ل^2$ + $م^2$ = ...

(أ) ٧ (ب) ٤٣ (جـ) ٥٨ (د) ٧٩

(٥) فى الشكل المقابل :



إذا كان : أ حـ = ٣ سم ، حـ هـ = ٩ سم

فإن : أ ب = ... سم

(أ) ٢٧ (ب) ٣٦

(جـ) ٩ (د) ٦

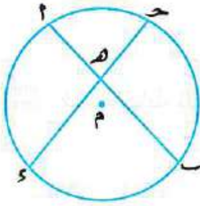
(٦) المعادلة التربيعية التى كل من جذريها يزيد بمقدار ٢ عن كل من جذرى المعادلة :

س^{٢} − ٣ س + ٢ = ٠ هى ....

(أ) س^{٢} − ٣ س + ٢ = ٠ (ب) س^{٢} + ٧ س + ١٢ = ٠

(جـ) س^{٢} − ٧ س + ١٢ = ٠ (د) س^{٢} − ٧ س − ١٢ = ٠

(٧) فى الشكل المقابل :



$\overline{\text{أ ب}}$ ∩ $\overline{\text{حـ ء}}$ = {هـ} ، أ هـ = ٤ سم ، هـ ب = ٦ سم

، ء هـ = (س + ١) سم ، حـ هـ = (س − ١) سم

فإن : س = ... سم

(أ) ٥ (ب) ٦ (جـ) ٤ (د) ٧

(٨) القيمة الصغرى للدالة د : د (θ) = ١ + جا ٣ θ هى ....

(أ) −٣ (ب) −٢ (جـ) صفر (د) −٤

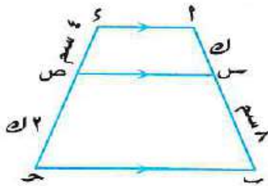
(٩) إذا كان : $\frac{٢}{ل}$ ، $\frac{٢}{م}$ جذرى المعادلة : ٤ س^{٢} + ٣ س = ٢

فإن المعادلة التى جذراها ل ، م هى ....

(أ) ٣ س^{٢} − ٨ س + ٣ = ٠ (ب) س^{٢} − ٣ س + ٨ = ٠

(جـ) س^{٢} − ٣ س − ٨ = ٠ (د) ٣ س^{٢} + ٨ س − ٣ = ٠

(١٠) فى الشكل المقابل :



إذا كان : $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

فإن : أ س = ... سم

(أ) $\frac{٣}{٨}$ (ب) ٤ (جـ) ١٦ (د) ٣٢

(١١) فى الشكل المقابل :

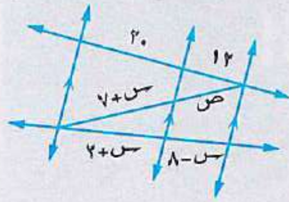
$\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$ ، $\overline{\text{س ع}}$ // $\overline{\text{ب ص}}$

، أ س = ٦ سم ، س ب = ٩ سم ، أ ع = ٣ سم

فإن : ع حـ = ... سم

(أ) ٤,٥ (ب) ١٥$\frac{٣}{٤}$ (جـ) ١٥ (د) ١٢$\frac{٣}{٤}$

(١٢) في الشكل المقابل :



إذا كانت الأطوال مقدرة بالسنتيمتر

فإن : س + ص = ... سم

(أ) ٢٣ (ب) ١٨

(جـ) ٤١ (د) ٥١

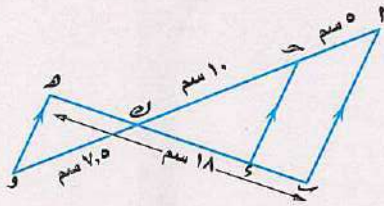
---

٢ أجب عن الأسئلة الآتية :

(١) إذا كان ل ، م هما جذرا المعادلة : ٢ $س^2$ - ٣ س - ١ = ٠

كوّن المعادلة التربيعية التي جذراها : $\frac{ل}{م}$ ، $\frac{م}{ل}$

(٢) في الشكل المقابل :



إذا كان : $\overline{أب}$ // $\overline{جـ ء}$ // $\overline{هـ و}$

وكان : أ جـ = ٥ سم

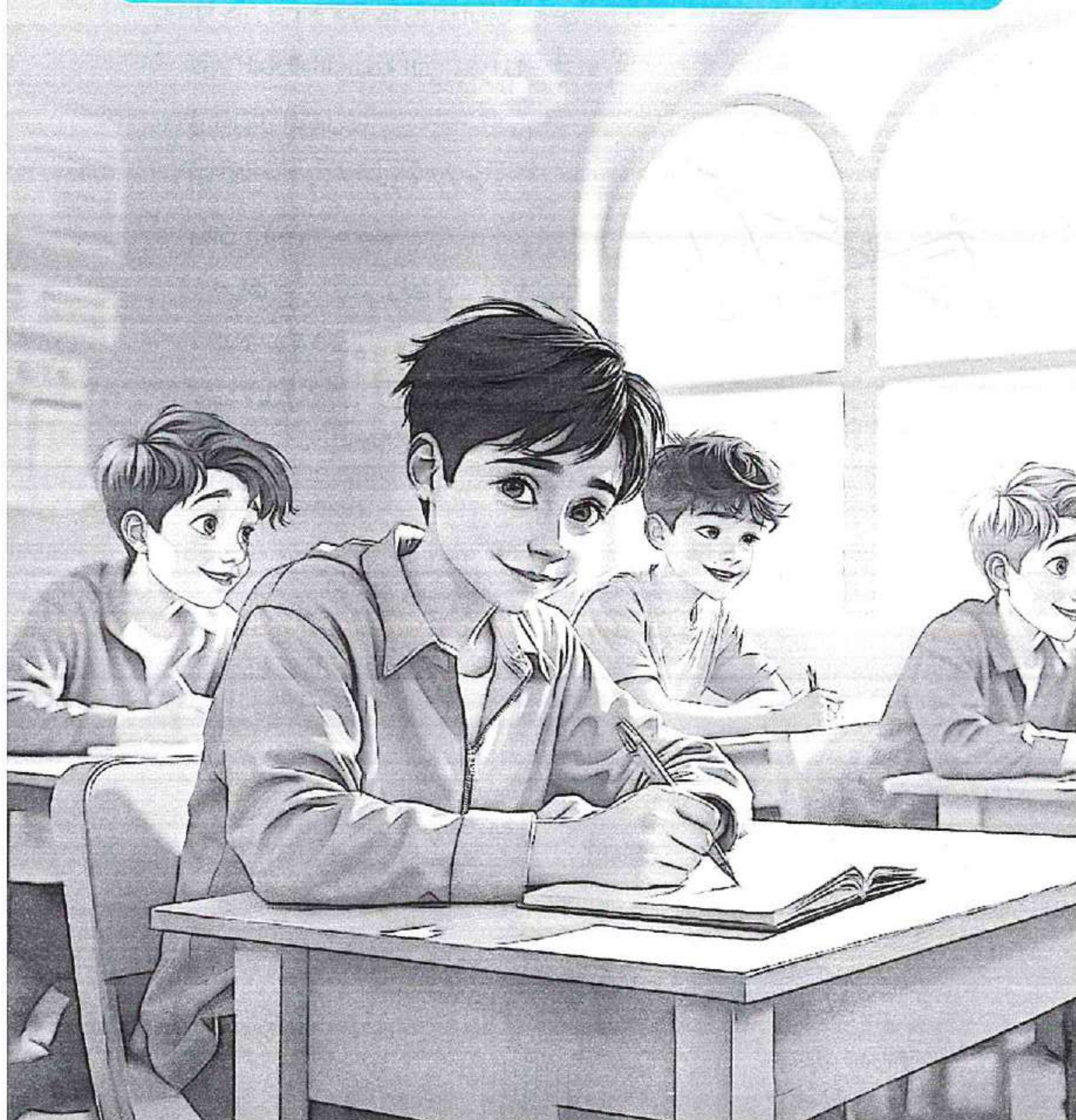
، جـ ك = ١٠ سم ، ك و = ٧,٥ سم

، ب هـ = ١٨ سم

أوجد : طول كل من $\overline{ب ء}$ ، $\overline{ء ك}$ ، $\overline{ك هـ}$

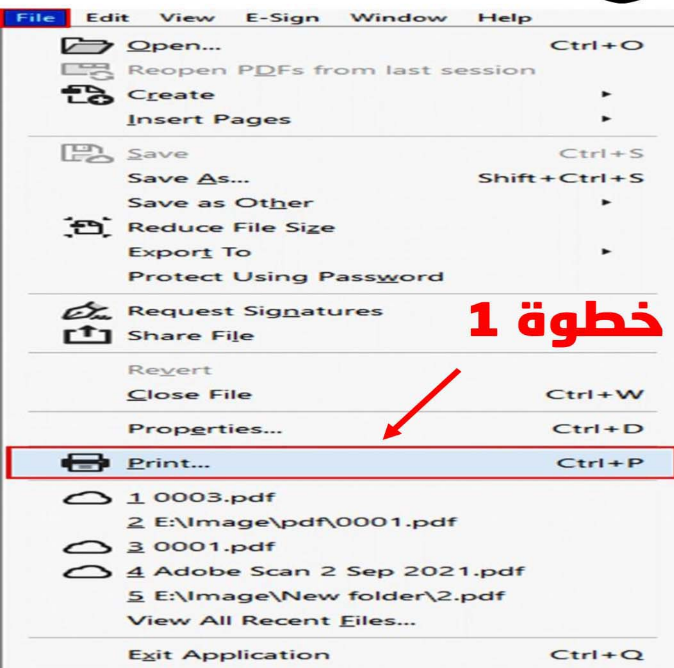
الأسئلة الهامة

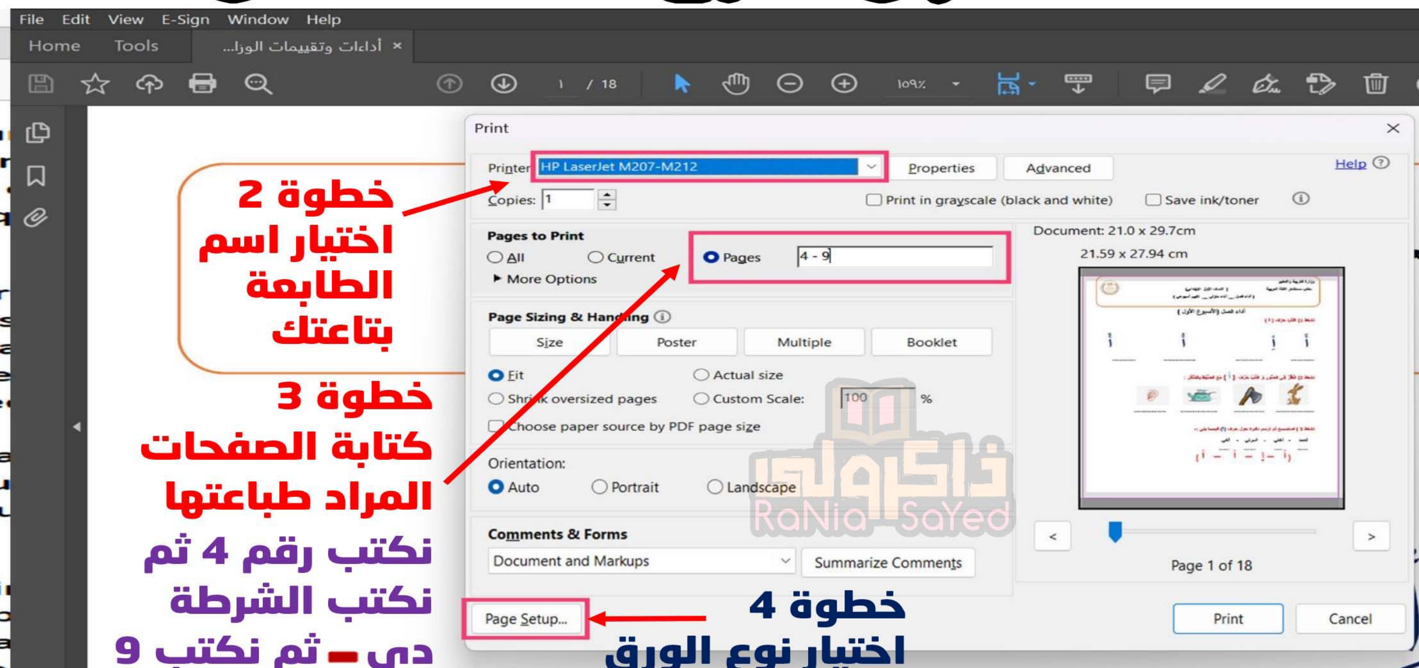
من امتحانات
الإدارات التعليمية

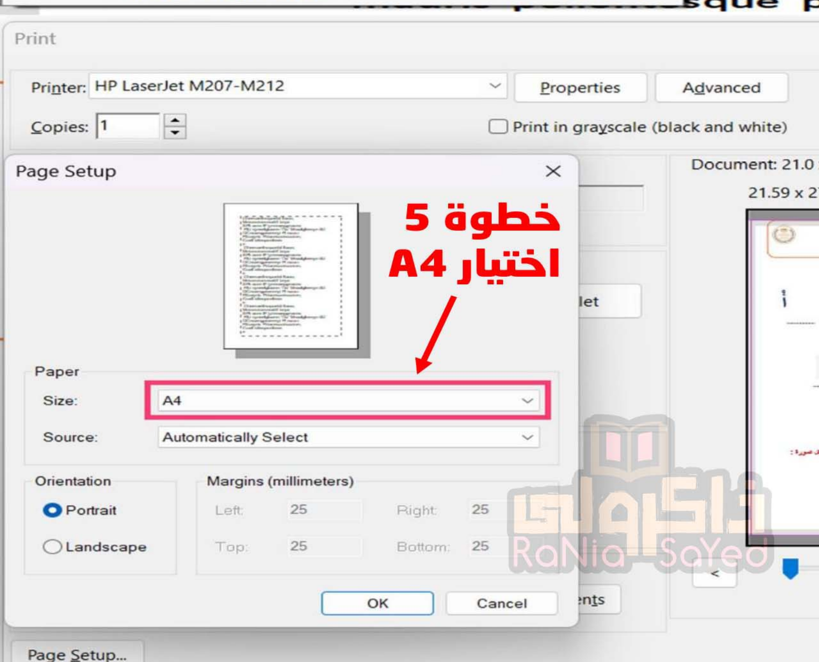


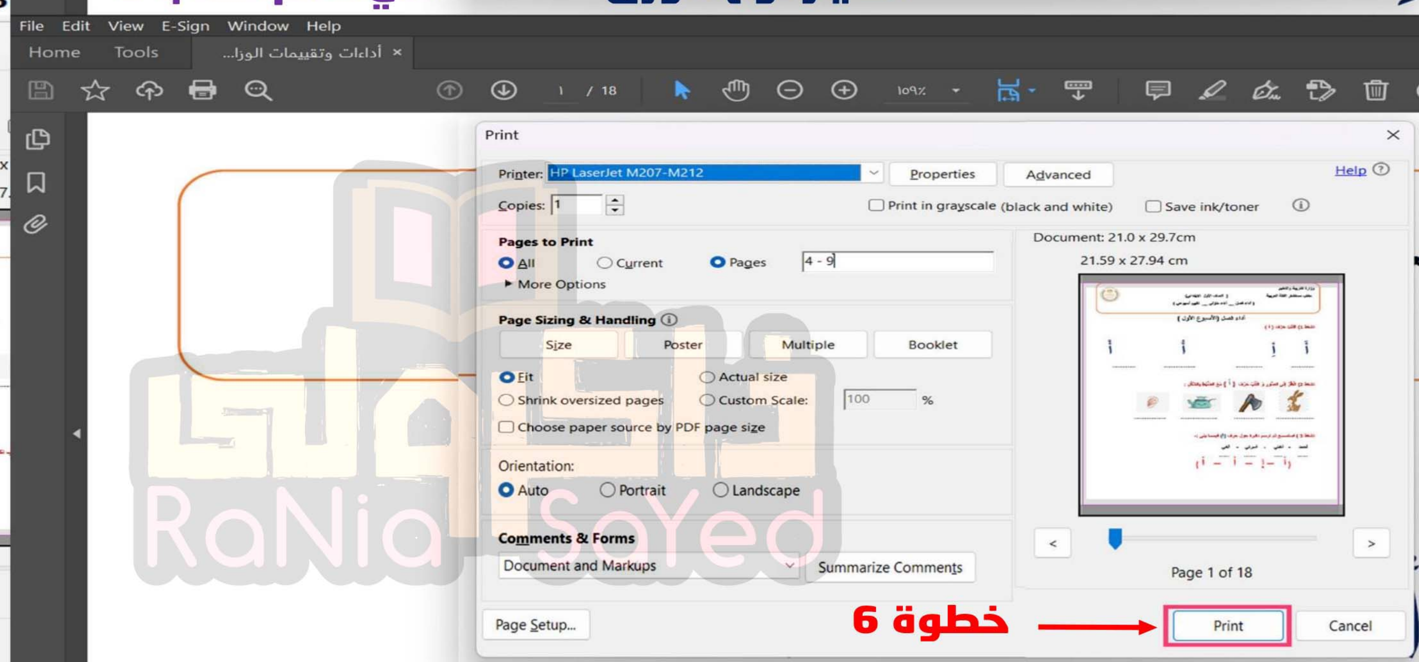
كيفية طباعة صفحات معينة من ملف معين

مثلا ازاى نطبع الصفحات من صفحة 4 الى صفحة 9









المراجعة رقم (2)

اختبار شهر نوفمبر





تابع الدرس الرابع : تكوين المعادلة التربيعية متى علم جذراها

ملخص الدرس : إذا كان : ل ، م هما جذرى معادلة تربيعية.

فإن : المعادلة تكون علي الصورة : $س^{٢}$ – (مجموع الجذرين) س + حاصل ضرب الجذرين = ٠

أي : $س^{٢}$ – (ل + م) س + ل م = ٠

تذكر أن :

☜ $ل^{٢} + م^{٢} = (ل + م)^{٢} - ٢ل م$ ☜ $(ل - م)^{٢} = (ل + م)^{٢} - ٤ل م$

☜ $ل^{٢} م^{٢} = (ل م)^{٢}$ ☜ $\frac{١}{ل} + \frac{١}{م} = \frac{ل + م}{ل م}$

☜ $ل^{٣} + م^{٣} = (ل + م) [(ل + م)^{٢} - ٣ ل م]$

مثال محلول (١): كون المعادلة التربيعية التي جذراها $٣ + \sqrt{٢}$ ، $٣ - \sqrt{٢}$

الحـــــــــــل

مجموع الجذرين = ٦

حاصل ضرب الجذرين = $(٣ + \sqrt{٢})(٣ - \sqrt{٢}) = ٩ - ٢ = ٧$

المعادلة هي : $س^{٢} - ٦ س + ٧ = ٠$

تدريب (١): كون المعادلة التربيعية التي جذراها : $٧ + \sqrt{٣}$ ، $٧ - \sqrt{٣}$

مثال محلول (٢):

إذا كان ل ، م جذري المعادلة $س^{٢} - ١٠ س + ك = ٠$ وكان $ل^{٢} + م^{٢} = ٨٠$ فأوجد قيمة ك العددية.

الحـــــــــــل

ل + م = ١٠ ، ل م = ك

ل^{٢} + م^{٢} = ٨٠ ⟸ (ل + م)^{٢} − ٢ل م = ٨٠

١٠٠ − ٢ك = ٨٠ ⟸ ٢ك = ٢٠ ⟸ ك = ١٠

مثال محلول (٣):

إذا كان ل ، م جذري المعادلة ٢س^{٢} − ١٣س − ١١ = ٠

أوجد المعادلة التي جذراها ل + ٣ ، م + ٣

الحل

ل + م = $\frac{١٣}{٢}$ ، ل م = $\frac{-١١}{٢}$

مجموع الجذرين = ل + م + ٦ = $\frac{١٣}{٢}$ + ٦ = $\frac{٢٥}{٢}$

حاصل ضرب الجذرين = (ل + ٣) (م + ٣) = ل م + ٣ ل + ٣ م + ٩

= ل م + ٣ (ل + م) + ٩

= $\frac{-١١}{٢}$ + ٣ × $\frac{١٣}{٢}$ + ٩ = ٢٣

المعادلة هي : س^{٢} − $\frac{٢٥}{٢}$ س + ٢٣ = ٠ ⟸ ٢ س^{٢} − ٢٥ س + ٤٦ = ٠

تدريب (٢): إذا كان ل ، م جذري المعادلة س^{٢} − ٣ س − ٦ = ٠ أوجد المعادلة التي جذراها :

ل + ٢ ، م + ٢

مثال محلول (٤):

إذا كان ل ، م جذري المعادلة ٢س^{٢} + ٧س − ٤ = ٠ أوجد المعادلة التي جذراها $\frac{ل}{م}$ ، $\frac{م}{ل}$

الحل

ل + م = − $\frac{٧}{٢}$ ، ل م = −٢

مجموع الجذرين = $\frac{ل}{م} + \frac{م}{ل} = \frac{ل^{2} + م^{2}}{ل م} = \frac{(ل + م)^{2} - 2 ل م}{ل م} = - \frac{65}{8}$

حاصل ضرب الجذرين = $\frac{ل}{م} \times \frac{م}{ل} = 1$

المعادلة هى: $س^{2} - (- \frac{65}{8})$ س + 1 = صفر ⟸ 8 $س^{2}$ + 65 س + 8 = صفر

تدريب (3):

إذا كان ل ، م جذري المعادلة $س^{2} - 3س - 5 = 0$ أوجد المعادلة التي جذراها $\frac{ل}{م}$ ، $\frac{م}{ل}$

مثال محلول (5):

إذا كان ل ، م جذري المعادلة $س^{2} - 7 س + 12 = 0$ أوجد المعادلة التي جذراها

$(ل^{2} + م^{2})$ ، (ل – م) حيث ل > م

الحــــــــــــل

المعادلة يمكن تحليلها وإيجاد جذريها وهما 3 ، 4 ⟸ ل = 4 ، م = 3

مجموع الجذرين = $(ل^{2} + م^{2})$ + (ل – م) = 26

حاصل ضرب الجذرين = $(ل^{2} + م^{2})$ (ل – م) = 25

المعادلة هي : $س^{2}$ – 26 س + 25 = صفر (على الطالب الحل بطريقة أخرى)

تدريب (4):

إذا كان ل ، م جذري المعادلة : $س^{2} - 2 س - 7 = 0$ أوجد المعادلة التي جذراها : $ل^{2}$ ، $م^{2}$

تدريب (5):

إذا كان ل ، م جذري المعادلة $س^{2} - 2 س + 3 = 0$ أوجد المعادلة التي جذراها :

$ل^{2} م$ ، $م^{2} ل$

حل تدريب (١): المعادلة هي : $س^2 - ١٤س + ٥٨ = ٠$

حل تدريب (٢): المعادلة هي : $س^2 - ١٨س + ٤٩ = ٠$

حل تدريب (٣): المعادلة هي : $س^2 - ٧س + ٤ = ٠$

حل تدريب (٤): المعادلة هي : $٥س^2 + ١٩س + ٥ = ٠$

حل تدريب (٥): المعادلة هي : $س^2 - ٦س + ٢٧ = ٠$

تمارين على تابع الدرس الرابع

(١) إذا كان ل ، م جذري المعادلة : $س^2 - ٣ س - ٥ = ٠$ أوجد المعادلة التي جذراها ل + ٣ ، م + ٣

(٢) إذا كان ل ، م جذري المعادلة : $٢ س^2 - ٦ س + ٣ = ٠$ أوجد المعادلة التي جذراها $\frac{ل}{م}$ ، $\frac{م}{ل}$

(٣) إذا كان ل ، م جذري المعادلة : $٢ س^2 - س - ٣ = ٠$ حيث ل > م أوجد المعادلة التي جذراها

ل + $\frac{١}{٢}$ ، م + ٤

(٤) إذا كان ل ، م جذري المعادلة : $س^2 - ٥ س + ٢ = ٠$ أوجد المعادلة التي جذراها $ل^2$ ، $م^2$

(٥) إذا كان ل ، م جذري المعادلة : $س^2 - ٥ س + ٣ = ٠$ فأوجد بدون إستخدام الحاسبة القيمة العددية

لكل من : ☜ $ل^2 + م^2$ ☜ $\frac{٢}{ل} + \frac{٢}{م}$

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(٦) المعادلة التربيعية التي جذراها : ٣ ت ، – ٣ ت هي ....

(أ) $س^2 - س + ٣ = ٠$ (ب) $س^2 + س + ٩ = ٠$

(جـ) $س^2 + ٩ = ٠$ (د) $س^2 + ٦ ت = ٠$



(٧) إذا كان ل ، م جذري المعادلة : $س^٢ - ٥س + ٢ = ٠$ فإن قيمة المقدار : $م^٢ - ٥م + ٢$ تساوى ....

(أ) صفر (ب) −٤ (جـ) ١ (د) −١

(٨) إذا كان ل ، م جذري المعادلة : $س^٢ - ٧ س + ١٠ = ٠$ حيث ل > م فإن : $ل^٢ - م^٢ =$ ......

(أ) ٢١ (ب) ٦٣ (جـ) ٤٠ $\sqrt{١٣}$ (د) ٩ $\sqrt{٧}$

(٩) المعادلة التربيعية التي كل من جذريها يزيد بمقدار ٢ عن كل من جذرى المعادلة : $س^٢ - ٣س + ٢ = ٠$

هي ......

(أ) $س^٢ - ٣س + ٢ = ٠$ (ب) $س^٢ + ٧س + ١٢ = ٠$

(جـ) $س^٢ - ٧س + ١٢ = ٠$ (د) $س^٢ - ٧س - ١٢ = ٠$

(١٠) إذا كان ل ، م جذري المعادلة : $٢س^٢ + ٣س - ١ = ٠$ فإن : $٤ل^٢ + ٦ل =$ ......

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

اجابات تمارين على تابع الدرس الرابع

(١) $س^٢ - ٩ س + ١٣ = ٠$

(٢) $س^٢ - ٤ س + ١ = ٠$

(٣) $س^٢ - ٥ س + ٦ = ٠$

(٤) $س^٢ - ٢١ س + ٤ = ٠$

(٥) ٢١ ، $\frac{١٠}{٣}$

(٦) $س^٢ + ٩ = ٠$

(٧) صفر

(٨) ٢١

(٩) $س^٢ - ٧س + ١٢ = ٠$

(١٠) ٢

الدرس الخامس : إشارة الدالة

ملخص الدرس : المقصود ببحث إشارة الدالة هو تحديد قيم المتغير س (مجال س) التي تكون عندها قيم الدالة د على النحو الآتى:

موجبة أي : د(س) > ٠

سالبة أي : د(س) < ٠

مساوية للصفر : د(س) = ٠

أولًا : بحث الدالة الثابتة: الصورة العامة لها : د(س) = جـ حيث : جـ ≠ صفر

إشارة الدالة د مثل إشارة جـ لكل س ∈ ع

مثال محلول (١):

☜ إشارة الدالة : د (س) = ٧ موجبة لكل س ∈ ع

☜ إشارة الدالة : د (س) = –٣ سالبة لكل س ∈ ع

تدريب (١): إشارة الدالة د (س) = –٧ تكون .... لكل س ∈ ع

ثانيًا : إشارة الدالة الخطية: الصورة العامة لها : د(س) = ب س + جـ ، ب ≠ ٠

إشارة الدالة مثل إشارة ب عندما س > $-\frac{جـ}{ب}$

إشارة الدالة تخالف إشارة ب عندما س < $-\frac{جـ}{ب}$

د (س) = ٠ عندما س = $-\frac{جـ}{ب}$

مثال محلول (٢): إبحث إشارة الدالة : د (س) = ٣ س + ٦

الحـــــــــــــل

٣س + ٦ = ٠ ⟸ ٣س = – ٦ ⟸ س = –٢

إشارة الدالة موجبة عندما : س > −٢

إشارة الدالة سالبة عندما : س < −٢

د (س) = ٠ عندما : س = −٢

مثال محلول (٣): إبحث إشارة الدالة : د (س) = ٥ − س

الحـــــــــل

٥ − س = ٠ ⟸ س = ٥

إشارة الدالة سالبة عندما : س > ٥

إشارة الدالة موجبة عندما : س < ٥

د (س) = ٠ عندما : س = ٥

تدريب (٢): أكمل مايأتى :

(١) الدالة د : د (س) = ٤س − ٤ تكون سالبة في الفترة ....

(٢) الدالة : ص = ٣ − س موجبة في الفترة ....

(٣) إذا كانت : د (س) = ٥ − س فإن : د (س) > ٠ لكل س ∈ ....

(٤) إذا كانت : د (س) = −٦س فإن : د (س) تكون موجبة عندما س ∈ ....

ثالثًا : إشارة الدالة التربيعية : الصورة العامة لها : د (س) = أس^{٢} + ب س + جـ

حيث : أ، ب ، جـ أعداد حقيقية ، أ ≠ ٠

☜ إذا كان الجذران حقيقيان مختلفان ل ، م وبفرض أن : ل < م

إشارة الدالة مثل إشارة أ عندما س ∈ ح − [ل ، م]

إشارة الدالة تخالف إشارة أ عندما س ∈] ل ، م [

د (س) = صفر عندما س ∈ { ل ، م }

مثال محلول (٤): إبحث إشارة الدالة د : د (س) = س^{٢} – ٣س – ٤ موضحًا ذلك على خط الأعداد

الحـــــــــــــــــل

س^{٢} – ٣ س – ٤ = ٠

(س – ٤) (س + ١) = ٠ ⬅ س = ٤ أ، س = –١

إشارة الدالة موجبة عندما س ∈ ح – [–١ ، ٤]

إشارة الدالة سالبة عندما س ∈] –١ ، ٤ [

د (س) = صفر عندما س ∈ { –١ ، ٤ }

س

مثال محلول (٥): إبحث إشارة الدالة د : د (س) = ٦ – س – س^{٢} موضحًا ذلك على خط الأعداد

الحـــــــــــــــــل

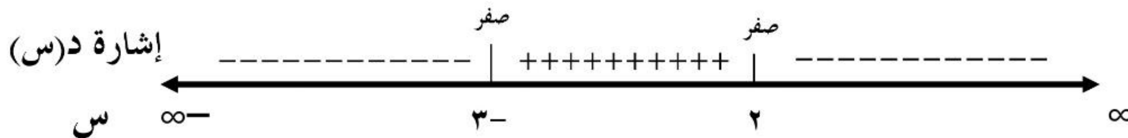
٦ – س – س^{٢} = ٠

س^{٢} + س – ٦ = ٠ ⬅ (س + ٣) (س – ٢) = ٠ ⬅ س = –٣ أ، س = ٢

إشارة الدالة سالبة عندما س ∈ ح – [–٣ ، ٢]

إشارة الدالة موجبة عندما س ∈] –٣ ، ٢ [

د (س) = صفر عندما س ∈ { –٣ ، ٢ }



تدريب (٣):

(١) إبحث إشارة الدالة د : د (س) = س^{٢} – ٤س + ٣ موضحًا ذلك على خط الأعداد.

(٢) إبحث إشارة الدالة د : د (س) = ١٢ – ٥س – ٢س^{٢} موضحًا ذلك على خط الأعداد.

(٣) إبحث إشارة الدالة د : د (س) = ٣ − س^{٢} + ٢س موضحًا ذلك على خط الأعداد.

(٤) إبحث إشارة الدالة د : د (س) = ٢س^{٢} + ٥س − ٣ موضحًا ذلك على خط الأعداد.

☜ **إذا كان الجذران حقيقيان متساويان (كل منهما يساوى ل) :**

إشارة الدالة مثل إشارة أ عندما س ≠ ل أو ح − { ل }

د (س) = صفر عندما س = ل

مثال محلول (٦): إبحث إشارة الدالة د : د (س) = س^{٢} − ٤س + ٤ موضحًا ذلك على خط الأعداد

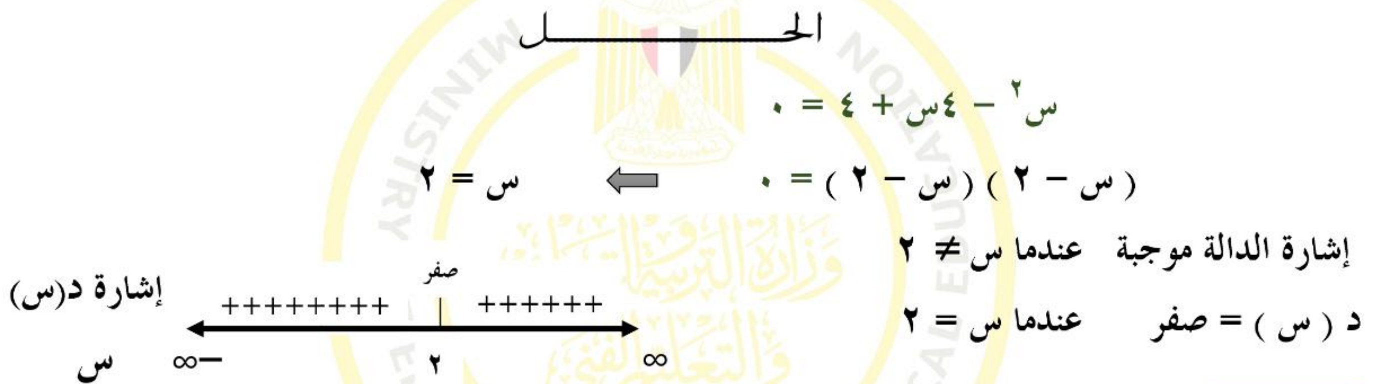
الحـــــــــــل

س^{٢} − ٤س + ٤ = ٠

(س − ٢) (س − ٢) = ٠ ⟸ س = ٢

إشارة الدالة موجبة عندما س ≠ ٢

د (س) = صفر عندما س = ٢



تدريب (٤):

(١) إبحث إشارة الدالة د : د (س) = −١ + ٢س − س^{٢} موضحًا ذلك على خط الأعداد.

(٢) إبحث إشارة الدالة د : د (س) = س^{٢} − ٨س + ١٦ موضحًا ذلك على خط الأعداد.

☜ **إذا كان الجذران مركبان (غير حقيقيان) :**

إذا كان : ب^{٢} − ٤ أ جـ < ٠ فإنه لاتوجد جذور حقيقية وتكون إشارة الدالة مثل إشارة معامل س^{٢}

مثال محلول (٧): إبحث إشارة الدالة د : د (س) = س^{٢} − ٣س + ٥

الحـــــــــــل

س^{٢} − ٣ س + ٥ = ٠

المميز = ب^{٢} − ٤ أ جـ = ٩ − ٢٠ = − ١١ < ٠

الجذران غير حقيقيان ⟸ إشارة الدالة موجبة

تدريب (٥):

(١) إبحث إشارة الدالة د : د (س) = س^{٢} − ٤س + ٧

(٢) إبحث إشارة الدالة د : د (س) = − س^{٢} − ٩

حل تدريب (١): سالبة

حل تدريب (٢):

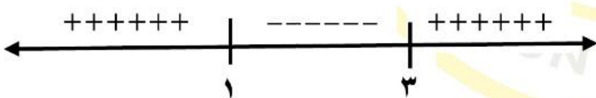
(١)]− ∞ ، ١[(٢)]− ∞ ، ٣[(٣)]− ∞ ، ٥[(٤)]− ∞ ، ٠[

حل تدريب (٣):

(١) إشارة الدالة موجبة عندما س ∈ ح − [١ ، ٣]

إشارة الدالة سالبة عندما س ∈]١ ، ٣[

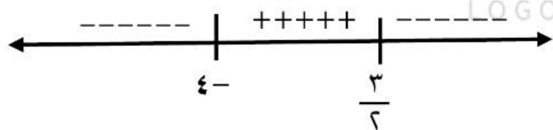
د (س) = صفر عندما س ∈ {١ ، ٣}



(٢) إشارة الدالة سالبة عندما س ∈ ح − [−٤ ، $\frac{٣}{٢}$]

إشارة الدالة موجبة عندما س ∈]−٤ ، $\frac{٣}{٢}$[

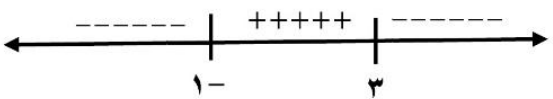
د (س) = صفر عندما س ∈ {−٤ ، $\frac{٣}{٢}$}



(٣) إشارة الدالة سالبة عندما س ∈ ح − [−١ ، ٣]

إشارة الدالة موجبة عندما س ∈]−١ ، ٣[

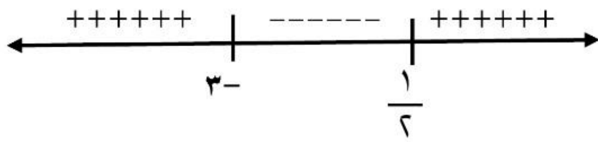
د (س) = صفر عندما س ∈ {−١ ، ٣}



(٤) إشارة الدالة **موجبة** عندما س ∈ ح − [−٣ ، $\frac{١}{٢}$]

إشارة الدالة **سالبة** عندما س ∈] −٣ ، $\frac{١}{٢}$ [

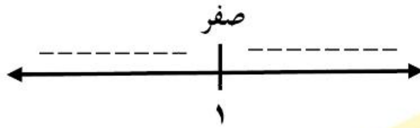
د (س) = صفر عندما س ∈ { −٣ ، $\frac{١}{٢}$ }



حل تدريب (٤):

(١) إشارة الدالة سالبة عندما س ≠ ١

د (س) = صفر عندما س = ١



(٢) إشارة الدالة موجبة عندما س ≠ ٤

د (س) = صفر عندما س = ٤



حل تدريب (٥):

(١) ب^{٢} − ٤ أ جـ < ٠ الجذران غير حقيقيان ⟸ إشارة الدالة موجبة

(٢) الجذران غير حقيقيان ⟸ إشارة الدالة سالبة

تمارين على الدرس الخامس

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) إشارة الدالة د : د(س) = ٦ − ٢س تكون غير موجبة عند ....

(أ) س < ٣ (ب) س ≥ ٣ (جـ) س > ٣ (د) س ≤ ٣

(٢) الدالة د : د(س) = أ لها إشارة .... دائماً

(أ) مثل إشارة أ (ب) تخالف إشارة أ (جـ) موجبة (د) سالبة

(٣) الدالة د : د(س) = س^{٢} − ٤ سالبة لكل س ∈ ....

(أ) ح − [−٢ ، ٢] (ب)] −٢ ، ٢ [(جـ)] −∞ ، −٤ [(د)] −∞ ، −٢ [

(٤) إشارة الدالة د : د(س) = ٢س + ب على ح تكون مثل إشارة ب إذا كان ....

(أ) ٢ = ب (ب) ٢ = صفر (جـ) ٢ > صفر (د) ٢ < صفر

(٥) الدالة د : د (س) = ٢س^{٢} + ب س + جـ يكون لها إشارة واحدة في ح عندما ....

(أ) ب^{٢} − ٤ ٢ جـ > صفر (ب) ب^{٢} − ٤ ٢ جـ < صفر

(جـ) ب^{٢} − ٤ ٢ جـ = صفر (د) ب^{٢} − ٤ ٢ جـ ≤ صفر

(٦) الفترة التي تكون فيها الدالة د : د (س) = س^{٢} − ٥س + ٦ موجبة هي ....

(أ) ح − [٢ ، ٣] (ب) ح −] ٢ ، ٣ [(جـ) ح − { ٢ ، ٣ } (د) [٢ ، ٣]

(٧) الدالة د : د (س) = (س −١) (س + ٣) تكون موجبة في الفترة ....

(أ) ح − [−٣ ، ١] (ب) ح −] −٣ ، ١ [(جـ)] −٣ ، ١ [(د)] −٣ ، ١]

(٨) أكمل : إذا كانت : د (س) = ٣ − ٢س فإن : د (س) تكون موجبة عندما ....

(٩) إبحث إشارة الدالة د : د (س) = ٢س − س^{٢} + ٣ موضحًا ذلك على خط الأعداد.

(١٠) إبحث إشارة الدالة د : د (س) = ٨ − ٢س − س^{٢}

اجابات تمارين على الدرس الخامس

(١) س ≤ ٣

(٢) مثل إشارة ٢

(٣)] −٢ ، ٢ [

(٤) ٢ = صفر

(٥) ب^{٢} − ٤ ٢ جـ < صفر

(٦) ح − [٢ ، ٣]

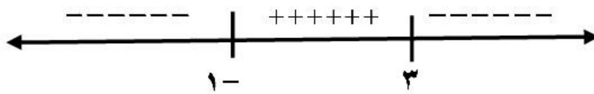
(٧) ح − [−٣ ، ١]

(٨) س < $\frac{٣}{٢}$

(٩) إشارة الدالة سالبة عندما س ∈ ح − [−١ ، ٣]

إشارة الدالة موجبة عندما س ∈] −١ ، ٣ [

د (س) = صفر عندما س ∈ { −١ ، ٣ }



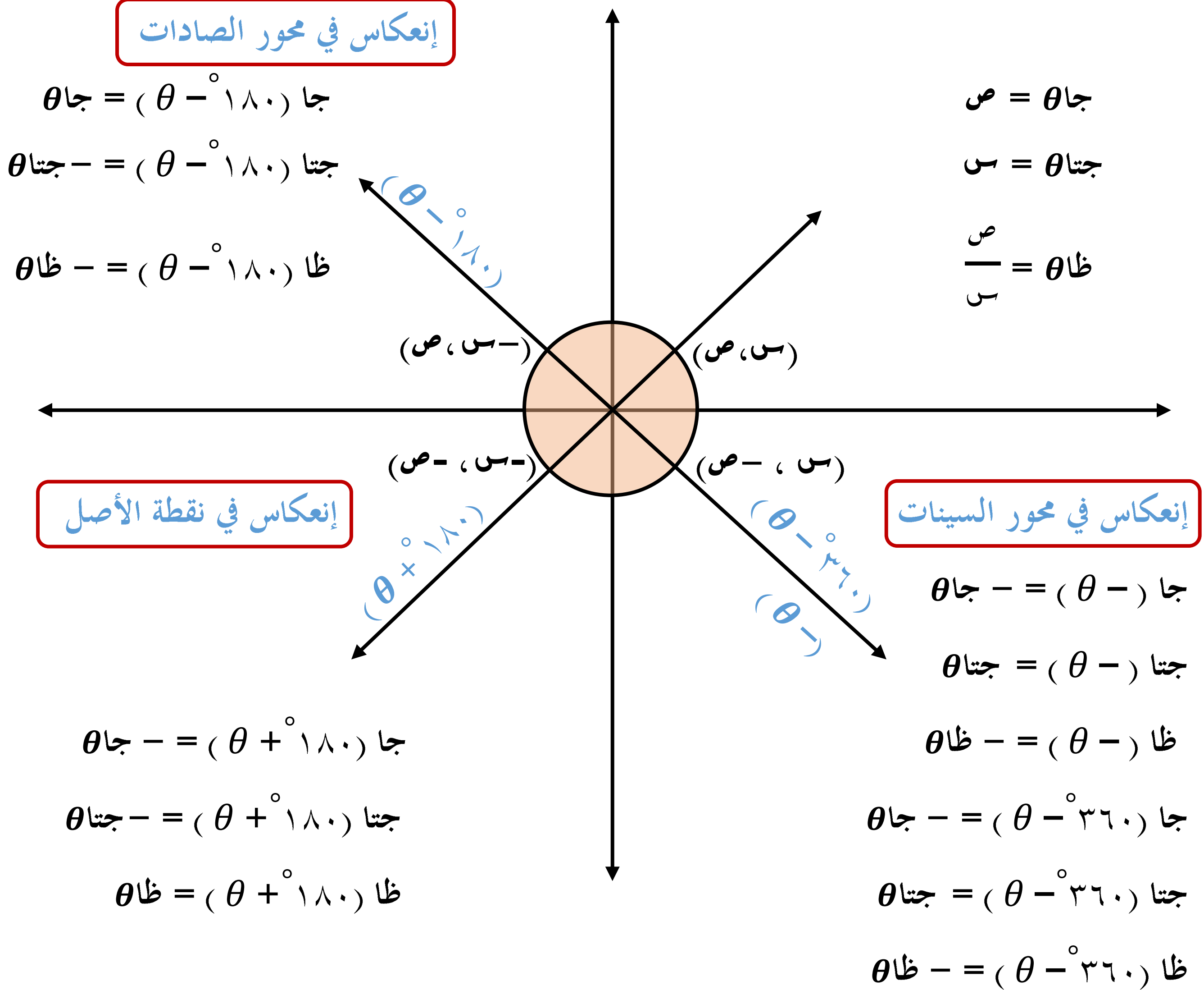
(١٠) إشارة الدالة سالبة عندما س ∈ ح − [−٤ ، ٢]

إشارة الدالة موجبة عندما س ∈] −٤ ، ٢ [

د (س) = صفر عندما س ∈ { −٤ ، ٢ }

الدرس الرابع: الزوايا المنتسبة

الدوال المثلثية لأى زاويتين قياسيهما : (θ ، ١٨٠° ± θ) ، (θ ، ٣٦٠° ± θ)



جا θ = ص

جتا θ = س

ظا θ = $\frac{\text{ص}}{\text{س}}$

إنعكاس في محور الصادات

جا (١٨٠° − θ) = جا θ

جتا (١٨٠° − θ) = − جتا θ

ظا (١٨٠° − θ) = − ظا θ

إنعكاس في نقطة الأصل

جا (١٨٠° + θ) = − جا θ

جتا (١٨٠° + θ) = − جتا θ

ظا (١٨٠° + θ) = ظا θ

إنعكاس في محور السينات

جا (− θ) = − جا θ

جتا (− θ) = جتا θ

ظا (− θ) = − ظا θ

جا (٣٦٠° − θ) = − جا θ

جتا (٣٦٠° − θ) = جتا θ

ظا (٣٦٠° − θ) = − ظا θ

ملاحظة :

جا (٣٦٠° + θ) = جا θ

جتا (٣٦٠° + θ) = جتا θ

ظا (٣٦٠° + θ) = ظا θ

مثال محلول (١): بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد قيمة :

(أ) جا ١٥٠° (ب) جتا ١٢٠° (حـ) ظتا ٢١٠° (ى) جتا ٣٠٠° (هـ) قتا ٣٣٠°

الحـــــــــــل

(أ) جا ١٥٠° = جا (١٨٠° − ٣٠°) = جا ٣٠° = $\frac{١}{٢}$

(ب) جتا ١٢٠° = جتا (١٨٠° − ٦٠°) = − جتا ٦٠° = − $\frac{١}{٢}$

(حـ) ظتا ٢١٠° = ظتا (١٨٠° + ٣٠°) = ظتا ٣٠° = $\sqrt{٣}$

(ى) جتا ٣٠٠° = جتا (٣٦٠° − ٦٠°) = جتا ٦٠° = $\frac{١}{٢}$

(هـ) قتا ٣٣٠° = قتا (٣٦٠° − ٣٠°) = − قتا ٣٠° = −٢

تدريب (١): بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد قيمة :

(أ) جا ٢٢٥° (ب) جتا ٢١٠° (حـ) قا ٦٠٠° (ى) ظتا ٢٢٥°

مثال محلول (٢): بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد قيمة :

(أ) جا (− ٤٥°) (ب) جتا (− ٦٠°) (حـ) ظتا (− ٣٠°) (ى) جتا ٦٩٠°

الحـــــــــــل

(أ) جا (− ٤٥°) = − جا ٤٥° = − $\frac{١}{\sqrt{٢}}$

(ب) جتا (− ٦٠°) = جتا ٦٠° = $\frac{١}{٢}$

(حـ) ظتا (− ٣٠°) = − ظتا ٣٠° = − $\sqrt{٣}$

(ى) جتا ٦٩٠° = جتا ٣٣٠° = جتا (٣٦٠° − ٣٠°) = جتا ٣٠° = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

تدريب (٢): بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد قيمة :

(أ) جا (– ٣٠°)   (ب) جتا (– ٤٥°)   (حـ) ظتا (– ٦٠°)   (ء) جتا ٧٥٠°

مثال محلول (٣): إذا كان : جا θ = $\frac{٤}{٥}$ فإن : جا (١٨٠° + θ) = ...

(أ) $\frac{٤}{٥}$ (ب) $\frac{٣}{٥}$ (حـ) $\frac{-٣}{٥}$ (ء) $\frac{-٤}{٥}$

الحـــــــــــل

جا (١٨٠° + θ) = – جا θ = – $\frac{٤}{٥}$

تدريب (٣): جتا θ + جتا (١٨٠° – θ) = ...

(أ) صفر   (ب) ١   (حـ) ٢ جتا θ (ء) جتا θ

مثال محلول (٤): إذا كان : جتا θ = – $\frac{١}{٢}$ ، θ قياس أصغر زاوية موجبة فإن : θ = ...

(أ) ٦٠°   (ب) ١٢٠°   (حـ) ٢٤٠°   (ء) ٣٠٠°

الحـــــــــــل

١٢٠°

تدريب (٤): إذا كان : جا (٩٠٠° – θ) = $\frac{١}{٢}$ ، θ قياس أكبر زاوية موجبة فإن : θ = ...

(أ) ٣٠°   (ب) ١٥٠°   (حـ) ٢١٠°   (ء) ٣٣٠°





الدوال المثلثية لأى زاويتين قياسيهما : (θ ، ٩٠° ± θ) ، (θ ، ٢٧٠° ± θ)

جا (٩٠° − θ) = جتا θ

جتا (٩٠° − θ) = جا θ

ظا (٩٠° − θ) = ظتا θ

جا (٩٠° + θ) = جتا θ

جتا (٩٠° + θ) = − جا θ

ظا (٩٠° + θ) = − ظتا θ

جا (٢٧٠° − θ) = − جتا θ

جتا (٢٧٠° − θ) = − جا θ

ظا (٢٧٠° − θ) = ظتا θ

جا (٢٧٠° + θ) = − جتا θ

جتا (٢٧٠° + θ) = جا θ

ظا (٢٧٠° + θ) = − ظتا θ

مثال محلول (٥): بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد قيمة :

(أ) جا ١٥٠° (ب) جتا ١٢٠° (حـ) ظتا ٢١٠° (ء) جتا ٣٠٠° (هـ) قتا ٣٣٠°

الحـــــــــــل

(أ) جا ١٥٠° = جا (٩٠° + ٦٠°) = جتا ٦٠° = $\frac{١}{٢}$

(ب) جتا ١٢٠° = جتا (٩٠° + ٣٠°) = − جا ٣٠° = − $\frac{١}{٢}$

(حـ) ظتا ٢١٠° = ظتا (٢٧٠° − ٦٠°) = ظا ٦٠° = $\sqrt{٣}$

(ء) جتا ٣٠٠° = جتا (٢٧٠° + ٣٠°) = جا ٣٠° = $\frac{١}{٢}$

(هـ) قتا ٣٣٠° = قتا (٢٧٠° + ٦٠°) = − قا ٦٠° = −٢

تدريب (٥): بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد قيمة :

باستخدام الزاويتين (θ ، ٩٠° ± θ) ، (θ ، ٢٧٠° ± θ)

(أ) جا ١٥٠° (ب) جتا ٣١٥° (حـ) قا ٦٠٠° (ء) ظتا ٢٢٥°

مثال محلول (٦): إذا كان : ٥ جتا (٩٠° − θ) = ٣ ، ٠° < θ < ٩٠° فإن : جا θ = ...

(أ) $\frac{٥}{٤}$ (ب) $\frac{٣}{٥}$ (حـ) $\frac{-٣}{٥}$ (ء) $\frac{٤}{٥}$

الحـــــــــــل

٥ جتا (٩٠° − θ) = ٣

جتا (٩٠° − θ) = $\frac{٣}{٥}$  جا θ = $\frac{٣}{٥}$

تدريب (٦): إذا كان : ١٣ جا θ − ١٢ = ٠ ، ٩٠° < θ < ١٨٠°

فإن قيمة : جا (٢٧٠° − θ) × قا (٩٠° + θ) = ...

(أ) $\frac{٥}{١٢}$ (ب) $\frac{١٢}{٥}$ (حـ) $\frac{-١٢}{٥}$ (ء) $\frac{-٥}{١٢}$

مثال محلول (٧): إذا كان (س ، − $\frac{١}{٢}$) نقطة تقاطع الضلع النهائي لزاوية قياسها θ في وضعها القياسى مع دائرة الوحدة حيث : ١٨٠° < θ < ٢٧٠°

فإن : ظتا (٩٠° − θ) جا θ = ...

(أ) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ (ب) $\frac{\sqrt{٣}}{٦}$ (حـ) − $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ (ء) − $\frac{\sqrt{٣}}{٦}$

الحـــــــــــل

س^٢ + $\frac{١}{٤}$ = ١ ⟸ س^٢ = $\frac{٣}{٤}$ ⟸ س = − $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

ظتا (٩٠° − θ) جا θ = ظا θ × جا θ = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ × − $\frac{١}{٢}$ = − $\frac{\sqrt{٣}}{٦}$

تدريب (٧): إذا كان الضلع النهائى لزاوية قياسها θ في وضعها القياسى يقطع دائرة الوحدة في النقطة $\left(\frac{-٣}{٥} ، \frac{٤}{٥}\right)$ فإن : ظتا $\left(\frac{٣\pi}{٢} - \theta\right) = \dots\dots\dots\dots$

(أ) $\frac{٤}{٥}$ (ب) $\frac{٣}{٤}$ (حـ) $\frac{-٣}{٥}$ (ء) $\frac{-٤}{٣}$

الحل العام للمعادلات المثلثية :

(١) إذا كان : جا α = جتا β فإن : $\alpha \pm \beta = \frac{\pi}{٢} + ٢ن\pi$ حيث : ن $\in$ ص

(٢) إذا كان : قا α = قتا β فإن : $\alpha \pm \beta = \frac{\pi}{٢} + ٢ن\pi$ حيث : ن $\in$ ص
$\alpha \neq ن\pi$ ، $\beta \neq (٢ن + ١)\frac{\pi}{٢}$

(٣) إذا كان : ظا α = ظتا β فإن : $\alpha + \beta = \frac{\pi}{٢} + ن\pi$ حيث : ن $\in$ ص
$\alpha \neq (٢ن + ١)\frac{\pi}{٢}$ ، $\beta \neq ن\pi$

مثال محلول (٨): أوجد الحل العام للمعادلة : جا ٣ θ = جتا θ ، ثم أوجد قيم θ حيث : $\theta \in] ٠ ، \frac{\pi}{٢} [$

الحـــــــــــل

$٣\theta + \theta = \frac{\pi}{٢} + ٢ن\pi$ $\quad$ $٣\theta - \theta = \frac{\pi}{٢} + ٢ن\pi$

$٤\theta = \frac{\pi}{٢} + ٢ن\pi$ $\quad$ $٢\theta = \frac{\pi}{٢} + ٢ن\pi$

$\theta = \frac{\pi}{٨} + \frac{١}{٢}ن\pi$ $\quad$ $\theta = \frac{\pi}{٤} + ن\pi$

الحل العام هو : $\frac{\pi}{٨} + \frac{١}{٢}ن\pi$ ، $\frac{\pi}{٤} + ن\pi$ حيث : ن $\in$ ص

عند ن = ٠ $\therefore \theta = \frac{\pi}{٨} = ٢٢,٥^\circ$ أو $\theta = \frac{\pi}{٤} = ٤٥^\circ$



تدريب (٨): أوجد الحل العام للمعادلة : قا ٢ θ = قتا θ

مثال محلول (٩): أوجد الحل العام للمعادلة : ظا θ = ظتا θ

الحـــــــــــــــل

$$\theta + \theta = \frac{\pi}{٢} + ن \pi$$

$$٢ \theta = \frac{\pi}{٢} + ن \pi$$

$$\theta = \frac{\pi}{٤} + \frac{١}{٢} ن \pi$$

الحل العام هو : $\frac{\pi}{٤} + \frac{١}{٢} ن \pi$ حيث : ن $\in$ ص

تدريب (٩): أوجد الحل العام للمعادلة : ظا θ = ظتا ٢ θ

مثال محلول (١٠): أوجد إحدى قيم θ حيث : $٠° < \theta < ٩٠°$ التي تحقق :

جا (٣ θ + ١٥°) = جتا (٢ θ − ٥°)

الحـــــــــــــــل

$$٣ \theta + ١٥° + ٢ \theta - ٥° = ٩٠°$$

$$٥ \theta + ١٠° = ٩٠°$$

$$٥ \theta = ٨٠°$$

$$\theta = ١٦°$$

تدريب (١٠): أوجد إحدى قيم θ حيث : $٠° < \theta < ٩٠°$ التي تحقق :

ظا (θ + ٢٠°) = ظتا (٣ θ + ٣٠°)



اجابات التدريبات

تدريب (١): (أ) $-\frac{١}{\sqrt{٢}}$ (ب) $-\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ (جـ) -٢ (د) ١

تدريب (٢): (أ) $-\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ (جـ) $-\frac{١}{\sqrt{٣}}$ (د) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

تدريب (٣): صفر

تدريب (٤): ١٥٠°

تدريب (٥): (أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ (جـ) -٢ (د) ١

تدريب (٦): $\frac{-٥}{١٢}$

تدريب (٧): $\frac{-٤}{٣}$

تدريب (٨): الحل العام هو : $\frac{\pi}{٦} + \frac{٢}{٣}$ ن π ، $\frac{\pi}{٢} + ٢$ ن π حيث : ن $\in$ ص

تدريب (٩): الحل العام هو : $\frac{\pi}{٦} + \frac{٢}{٣}$ ن π حيث : ن $\in$ ص

تدريب (١٠): ١٠°

تمارين على الدرس الرابع

أولًا : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) $\frac{\text{قا } ١٨^\circ}{\text{قتا } ٧٢^\circ}$ = ...

(أ) ظا٤٥° (ب) ظتا٧٢° (ح) ظا٧٢° (ى) ظا٩٠°

(٢) إذا كان : جا (١٨٠° − θ) = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ حيث : θ أصغر قياس موجب فإن θ = ...

(أ) ٤٥° (ب) ٣٠° (ح) ٦٠° (ى) ١٢٠°

(٣) إذا كان : جا θ = $\frac{٣}{٥}$ فإن : جا (٢٧٠° + θ) = ...

(أ) − $\frac{٤}{٥}$ (ب) $\frac{٤}{٥}$ (ح) $\frac{٣}{٥}$ (ى) − $\frac{٣}{٥}$

(٤) ظا (٩٠° − θ) × قتا (٩٠° + θ) = ...

(أ) ظتا θ (ب) قا θ (ح) قتا θ (ى) جتا θ

(٥) إذا كان : $\alpha + \beta$ = ٩٠° وكان : ظا α = $\frac{١}{٢}$ فإن : ظا β = ...

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) ٢ (ح) ١ (ى) غير معرف

(٦) جتا θ − جتا (١٨٠° − θ) = ...

(أ) صفر (ب) جتا θ + جا θ (ح) ٢ جتا θ (ى) ٢جا θ

(٧) إذا كان : −٢جتا θ = $\sqrt{٣}$ حيث : θ أصغر قياس موجب فإن θ = ...

(أ) ١٥٠° (ب) ٣٠° (ح) ٢١٠° (ى) ٣٣٠°

(٨) إذا كان : جا (θ − ١٨٠°) = جتا٢ θ حيث : θ أصغر قياس موجب فإن : ظا θ = ...

(أ) $\frac{\sqrt{٣}}{٣}$ (ب) $\sqrt{٣}$ (ح) ١ (ى) غير معرف

(٩) الحل العام للمعادلة : ظا θ = ٢ظتا θ هو .... حيث : ن ∈ ص

(أ) $\frac{\pi}{6} + \pi$ ن (ب) $\frac{\pi}{6} + \frac{2\pi}{3}$ ن (حـ) $\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3}$ ن (ء) $\frac{\pi}{6} + 2\pi$ ن

(١٠) الحل العام للمعادلة : جا θ = جتا(θ + ٣٠°) هو .... حيث : ن ∈ ص

(أ) $\frac{\pi}{6} + \pi$ ن (ب) $\frac{\pi}{6} + 2\pi$ ن (حـ) $\frac{\pi}{3} + \pi$ ن (ء) $\frac{\pi}{3} + 2\pi$ ن

(١١) أثبت أن : جا٦٠٠° جتا(− ٣٠°) + جا ١٥٠° جتا(− ٢٤٠°) = −١

(١٢) إذا كان : جا θ = $\frac{2}{\sqrt{5}}$ حيث : زاوية θ هي أصغر قياس موجب فاوجد قيمة كل من :

(أ) جتا θ (ب) جا(١٨٠° + θ) (حـ) جتا(١٨٠° − θ)

(ء) ظا(٢٧٠° − θ) (هـ) جا (− θ)

(١٣) إذا كان θ هي قياس زاوية موجهة في وضع قياسى وضلعها النهائي يقطع دائرة الوحدة في النقطة :

(س ، $\frac{1}{3}$) حيث : ٠° < θ < ٩٠° فاوجد قيمة كل من :

(أ) جتا θ (ب) ظا(٩٠° − θ) (حـ) قتا(١٨٠° − θ) (ء) قا(٢٧٠° + θ)

(١٤) إذا كان : ٥جتا θ + ٣ = ٠ حيث : ٩٠° < θ < ١٨٠° فاوجد قيمة كل من :

(أ) جا (١٨٠° − θ) (ب) ظا(١٨٠° + θ) (حـ) جتا(٩٠° + θ) (ء) ظتا(٣٦٠° − θ)

(١٥) أوجد قيمة θ حيث : ٠° < θ < ٩٠° والتي تحقق كل مما يأتى :

(أ) جا (٣ θ + ١٥°) = جتا (٢ θ − ٥°)

(ب) ظا (θ + ٢٠°) = ظتا (٣ θ + ٣٠°)

(١٦) أوجد مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية حيث : θ ∈ [٠ ، ٢ π]

(أ) ٢جا θ + ١ = ٠ (ب) جتا θ + ١ = ٠ (حـ) قتا θ − $\sqrt{2}$ = ٠



إجابات تمارين على الدرس الرابع

(١) ظا٤٥°

(٢) ٦٠°

(٣) $-\frac{٤}{٥}$

(٤) قتا θ

(٥) ٢

(٦) ٢ جتا θ

(٧) ١٥٠°

(٨) غير معرف

(٩) $\frac{\pi}{٦} + \frac{\pi}{٣}$ ن

(١٠) $\frac{\pi}{٦} + \pi$ ن

(١١) الأيمن = $-\frac{\sqrt{٣}}{٢} \times \frac{\sqrt{٣}}{٢} + \frac{١}{٢} \times -\frac{١}{٢} = -١$ = الأيسر

(١٢) (أ) $\frac{١}{\sqrt{٥}}$ (ب) $-\frac{٢}{\sqrt{٥}}$ (جـ) $-\frac{١}{\sqrt{٥}}$ (ء) ٢ (هـ) $-\frac{٢}{\sqrt{٥}}$

(١٣) (أ) $\frac{٢\sqrt{٢}}{٣}$ (ب) ٢ $\sqrt{٢}$ (جـ) ٣ (ء) ٣

(١٤) (أ) $\frac{٤}{٥}$ (ب) $-\frac{٤}{٣}$ (جـ) $-\frac{٤}{٥}$ (ء) $\frac{٣}{٤}$

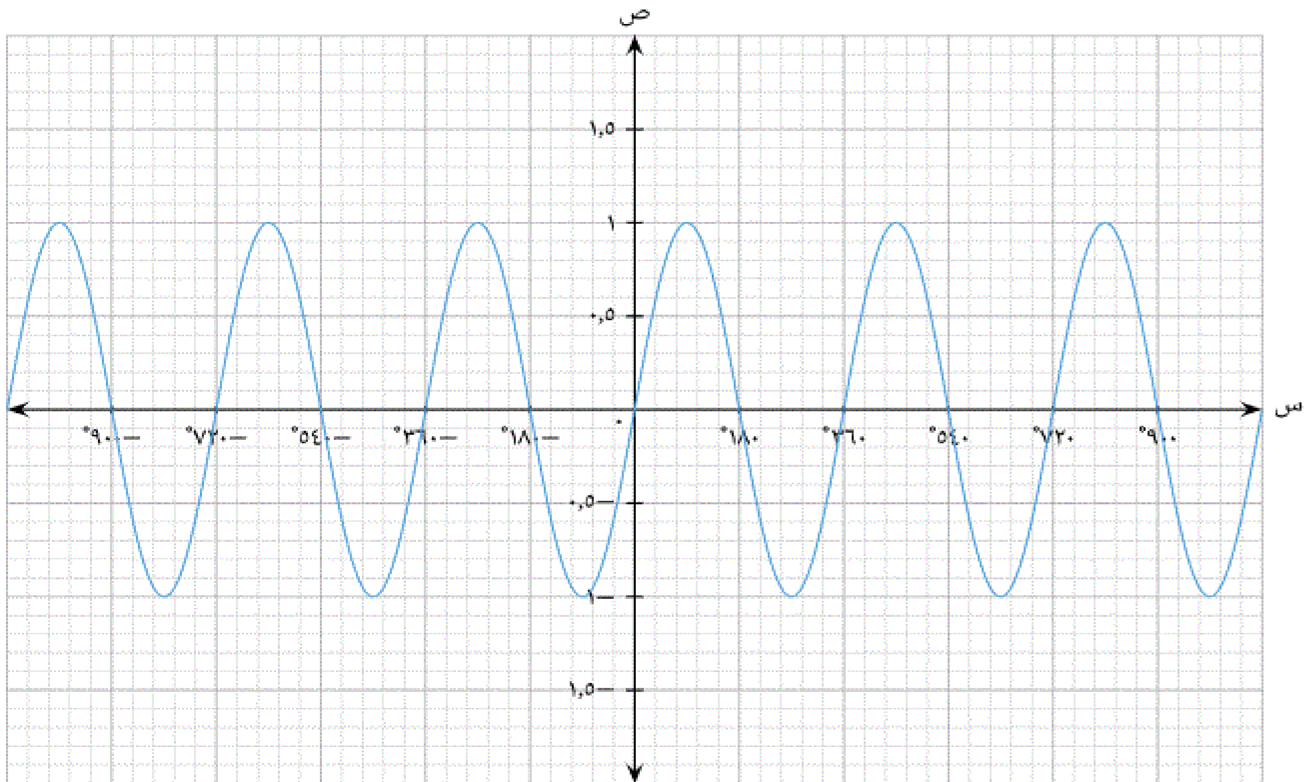
(١٥) (أ) ١٦° أو ٧٠° أو ٨٨° (ب) ١٠° أو ٥٥°

(١٦) (أ) مجموعة الحل = { ٢١٠° ، ٣٣٠° } (ب) مجموعة الحل = { ١٨٠° }

(جـ) مجموعة الحل = { ٤٥° ، ١٣٥° }

الدرس الخامس: التمثيل البيانى للدوال المثلثية

التمثيل البيانى لدالة الجيب : د(θ) = جا θ



خواص دالة الجيب :

(١) المجال =] − ∞ ، ∞ [

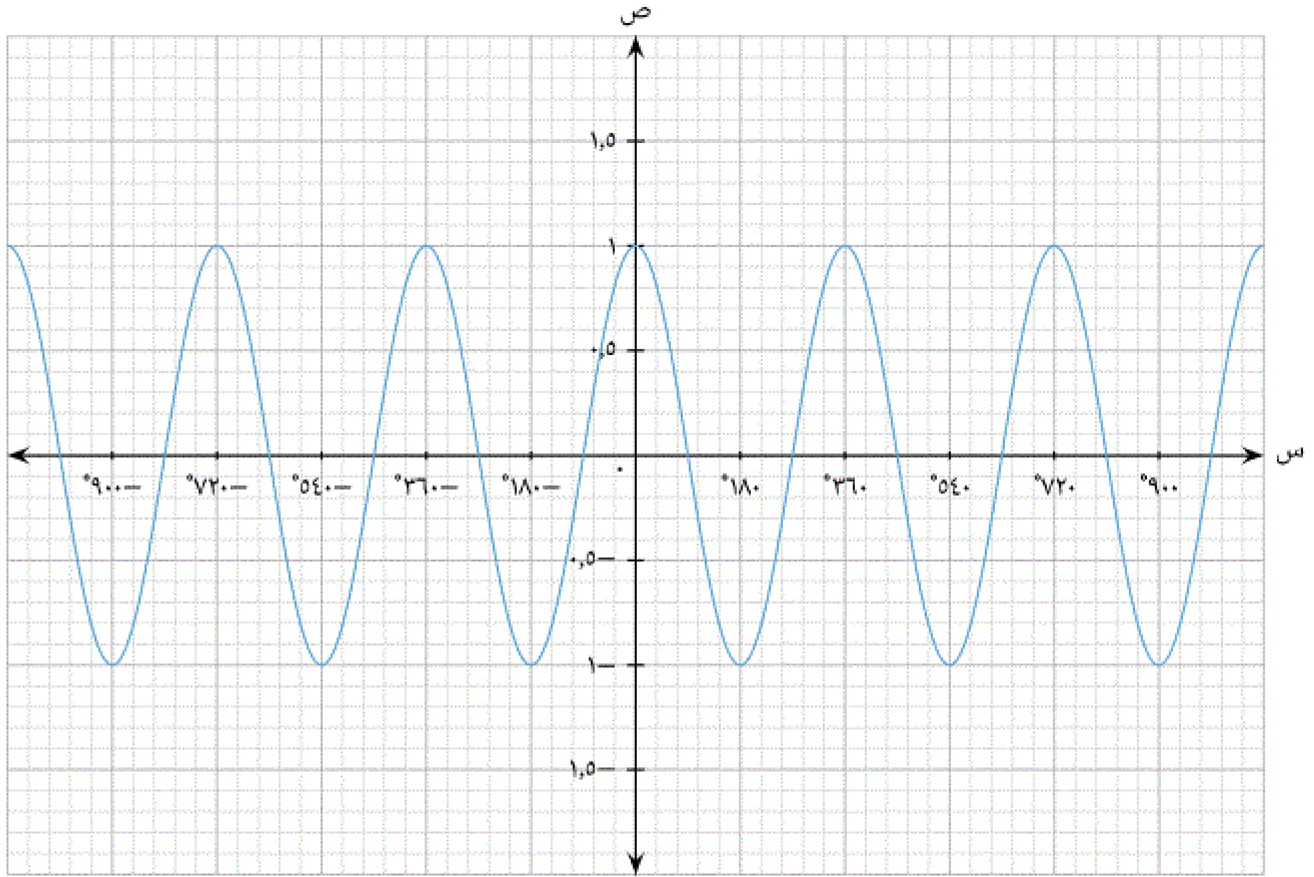
(٢) المدى = [−١ ، ١]

(٣) الدالة دورية ودورها = ٢ π

(٤) القيمة العظمى للدالة = ١

(٥) القيمة الصغرى للدالة = −١

التمثيل البيانى لدالة جيب التمام : د(θ) = جتا θ



خواص دالة الجيب :

(١) المجال =] − ∞ ، ∞ [

(٢) المدى = [−١ ، ١]

(٣) الدالة دورية ودورها = ٢ π

(٤) القيمة العظمى للدالة = ١

(٥) القيمة الصغرى للدالة = −١

مثال محلول (١): اختر الإجابة الصحيحة :

إذا كان : د(θ) = ٣جتا٢ θ فإن : مدى الدالة د هو ....

(أ) [−٣ ، ٣] (ب) [−٢ ، ٢] (حـ) [−٦ ، ٦] (ء) [−١ ، ١]

الحـــــــــــل

−١ ≤ جتا٢ θ ≤ ١ بالضرب × ٣

−٣ ≤ ٣جتا٢ θ ≤ ٣ المدى = [−٣ ، ٣]

تدريب (١): اختر الإجابة الصحيحة :

إذا كان : د(θ) = ٢جا٣ θ فإن : القيمة الصغرى للدالة د = ...

(أ) −١ (ب) −٢ (حـ) −٣ (ء) −٦

مثال محلول (٢): اختر الإجابة الصحيحة :

إذا كان : د(θ) = ١ + جا(−٤ θ) فإن : القيمة العظمى للدالة د = ...

(أ) −٤ (ب) −٣ (حـ) ١ (ء) ٢

الحـــــــــــل

−١ + ١ ≤ ١ + جا(−٤ θ) ≤ ١ + ١

صفر ≤ ١ + جا(−٤ θ) ≤ ٢ القيمة العظمى للدالة د = ٢

تدريب (٢): اختر الإجابة الصحيحة :

إذا كان : د(θ) = ٣ + جا٢ θ فإن : القيمة الصغرى للدالة د = ...

(أ) −٥ (ب) −٢ (حـ) ٢ (ء) ١

مثال محلول (٣): اختر الإجابة الصحيحة :

الدالة د : د(θ) = ٢جا٣θ دالة دورية ودورها = ...

(أ) $\frac{٢\pi}{٣}$ (ب) π (حـ) $\frac{\pi}{٢}$ (ء) $\frac{\pi}{٣}$

الحـــــــــــل

$٣\theta = ٢\pi$

$\theta = \frac{٢\pi}{٣}$

تدريب (٣): اختر الإجابة الصحيحة :

الدالة د : د(θ) = ٢جتا٤θ دالة دورية ودورها = ...

(أ) $\frac{٢\pi}{٣}$ (ب) π (حـ) $\frac{\pi}{٢}$ (ء) $\frac{\pi}{٣}$

اجابات التدريبات

تدريب (١): −٢

تدريب (٢): ٢

تدريب (٣): $\frac{\pi}{٢}$

تمارين على الدرس الخامس

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) مدى الدالة د : د(θ) = جا٢θ هو ....

(أ) [-٢ ، ٢] (ب) { -٢ ، ٢ } (حـ) { -١ ، ١ } (ء) [-١ ، ١]

(٢) مدى الدالة د : د(θ) = جتا $\frac{١}{٢}\theta$ هو ....

(أ) [$-\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٢}$] (ب) { $-\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٢}$ } (حـ) ($-\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٢}$) (ء) [-١ ، ١]

(٣) القيمة العظمى للدالة د : د(ع) = جتا ع هى ....

(أ) ١ (ب) ٣ (حـ) ٤ (ء) $\frac{١}{٣}$

(٤) القيمة الصغرى للدالة د : د(م) = ٣ + جتا٢م هى ....

(أ) -٢ (ب) -٣ (حـ) ٢ (ء) ٥

(٥) الدالة د : د(θ) = ٢جتا٣θ دالة دورية ودورها = ...

(أ) $\frac{٢\pi}{٣}$ (ب) π (حـ) $\frac{\pi}{٣}$ (ء) $\frac{\pi}{٢}$

(٦) مدى الدالة د : د(θ) = ٥ - جتا٣θ هو ....

(أ) [-٥ ، ٥] (ب) [٤ ، ٦] (حـ) [٣ ، ٥] (ء) [-١ ، ١]

(٧) مدى الدالة د : د(س) = $\frac{١}{٣}$ جاس هو ....

(أ) [$-\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٣}$] (ب)] $-\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٣}$ [(حـ) { $-\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٣}$ } (ء) ($-\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٣}$)

(٨) مدى الدالة د : د(θ) = جتاθ ، $\theta \in$] ٠ ، π [هو ....

(أ)] -١ ، ٠] (ب) [٠ ، ١] (حـ)] -١ ، ١ [(ء)] $-\infty$ ، ∞ [



إجابات تمارين على الدرس الخامس

(١) [−١ ، ١]

(٢) [−١ ، ١]

(٣) ١

(٤) ٢

(٥) $\frac{٢\pi}{٣}$

(٦) [٤ ، ٦]

(٧) [$-\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٣}$]

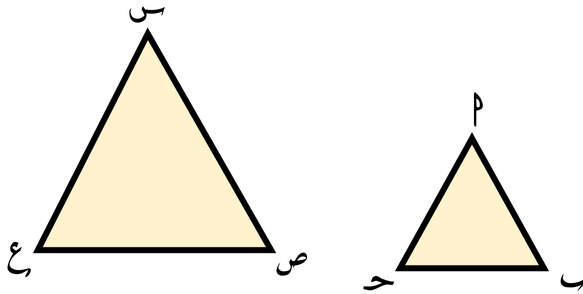
(٨)] −١ ، ١ [



الوحدة الثانية : التشابه

الدرس الثالث: العلاقة بين مساحتى سطحى مضلعين متشابهين

أولًا : النسبة بين مساحتي سطحى مثلثين متشابهين :



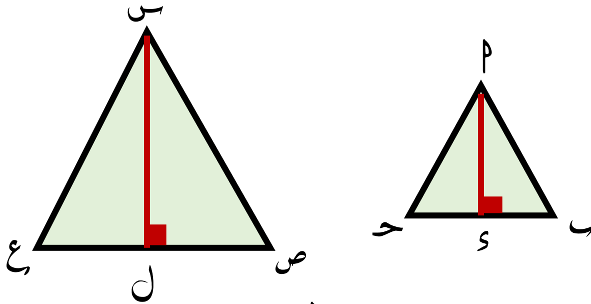
نظرية (٣)

النسبة بين مساحتي سطحى مثلثين متشابهين
تساوي مربع النسبة بين طولي
أي ضلعين متناظرين فيهما.

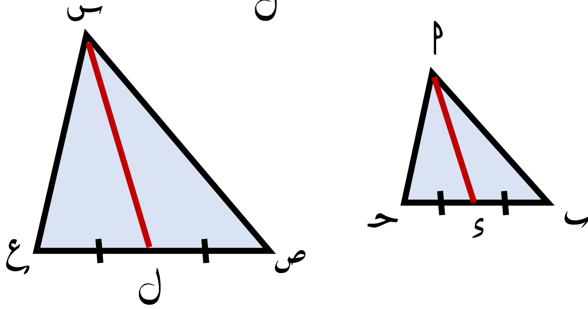
إذا كان : Δ ا ب حـ ~ Δ س ص ع ⇦

$$\frac{\text{م}(\Delta\ \text{ا ب حـ})}{\text{م}(\Delta\ \text{س ص ع})} = \left(\frac{\text{ا ب}}{\text{س ص}}\right)^{٢} = \left(\frac{\text{ب حـ}}{\text{ص ع}}\right)^{٢} = \left(\frac{\text{ا حـ}}{\text{س ع}}\right)^{٢}$$

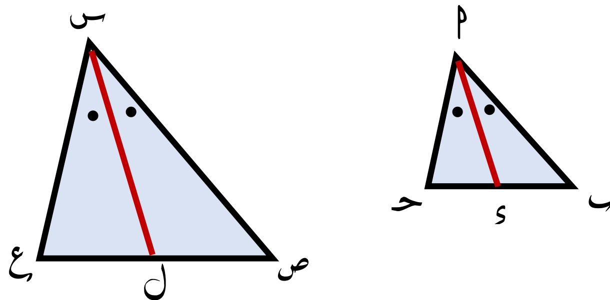
ملاحظات :



(١) النسبة بين مساحتي سطحى مثلثين متشابهين
تساوي مربع النسبة بين طولي
أي ارتفاعين متناظرين فيهما.



(٢) النسبة بين مساحتي سطحى مثلثين متشابهين
تساوي مربع النسبة بين طولي
أي متوسطين متناظرين فيهما.

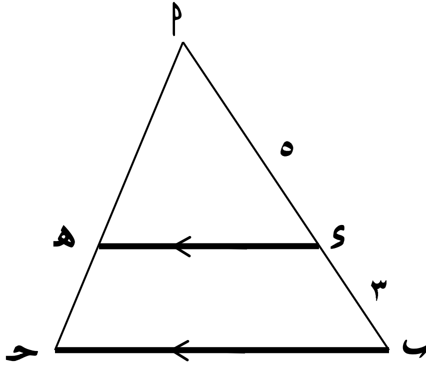


(٣) النسبة بين مساحتي سطحى مثلثين متشابهين
تساوي مربع النسبة بين طولي
أي منصفين لزاويتين متناظرتين فيهما.

أي أن :

$$\frac{\text{م}(\Delta\ \text{ا ب حـ})}{\text{م}(\Delta\ \text{س ص ع})} = \left(\frac{\text{ا ء}}{\text{س ل}}\right)^{٢}$$

مثال محلول (١):



في الشكل المقابل : إذا كان : $\overline{ء هـ} \parallel \overline{ب حـ}$ ،

أ ء : ء ب = ٥ : ٣ ، مساحة المثلث أ ب حـ = ٢٥,٦ سم^{٢}

فإن : مساحة المثلث أ ء هـ = ... سم^{٢}

(أ) ١٠ (ب) ١٦

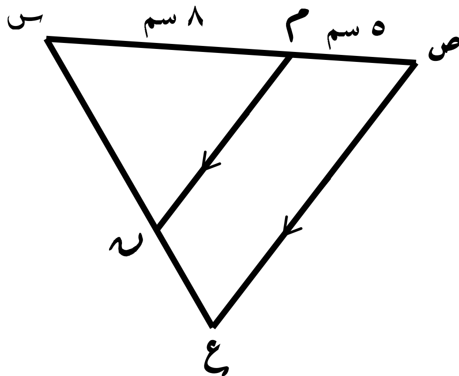
(حـ) ٤١ (ء) ٦٥,٥

الحـــــــــل

$$\frac{م\,(\Delta\ أ ب حـ)}{م\,(\Delta\ أ ء هـ)} = \left(\frac{٨}{٥}\right)^{٢} = \frac{٦٤}{٢٥}$$

$$\frac{٢٥,٦}{م\,(\Delta\ أ ء هـ)} = \frac{٦٤}{٢٥}$$ ⬅ مساحة Δ أ ء هـ = ١٠ سم^{٢}

تدريب (١):



في الشكل المقابل : إذا كان : $\overline{م ن} \parallel \overline{ص ع}$ ،

س م = ٨ سم ، م ص = ٥ سم ،

مساحة المثلث س ص ع = ١٣٠ سم^{٢}

فإن : مساحة المثلث س م ن = ... سم^{٢}

(أ) ٥٠ (ب) ٦٠

(حـ) ٧٠ (ء) ٨٠

مثال محلول (٢): أكمل :

إذا كانت النسبة بين مساحتي مثلثين متشابهان تساوى ٩ : ٢٥

فإن النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما تساوى ...... : ......

الحـــــــــل

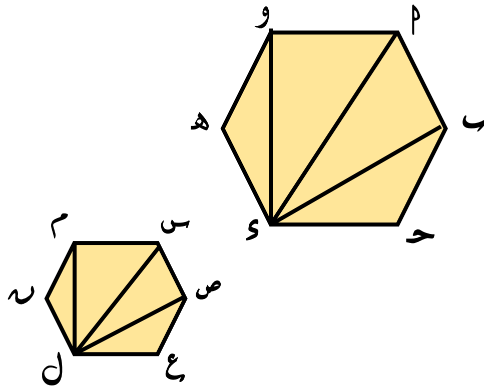
النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما = ٣ : ٥

تدريب (٢):

إذا كانت النسبة بين مساحتي مثلثين متشابهان تساوى ٨١ : ٤٩

فإن النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما تساوى ...... : ......

ثانيًا : النسبة بين مساحتي سطحي مضلعين متشابهين :



حقيقة

- المضلعان المتشابهان يمكن أن ينقسما إلى نفس العدد من المثلثات المتشابهة.
- إذا كان عدد أضلاع المضلع (ن) فإن عدد المثلثات التي يمكن أن ينقسم إليها عن طريق أقطاره المشتركة في نفس الرأس تساوى (ن – ٢) مثلثًا

نظرية (٤)

النسبة بين مساحتى مضلعين متشابهين تساوى مربع النسبة بين طولى أى ضلعين متناظرين فيهما.

ملاحظة :

النسبة بين محيطى مضلعين متشابهين تساوى النسبة بين طولى أى ضلعين متناظرين فيهما.

مثال محلول (٣): مضلعان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ١ : ٢

فما النسبة بين مساحتيهما ؟ وما النسبة بين محيطيهما ؟

الحـــــــــــل

$$\frac{\text{مساحة المضلع الأول}}{\text{مساحة المضلع الثانى}} = \left(\frac{١}{٢}\right)^{٢} = \frac{١}{٤} \quad ، \quad \frac{\text{محيط المضلع الأول}}{\text{محيط المضلع الثانى}} = \frac{١}{٢}$$



تدريب (٣): مضلعان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ٣ : ٢

فإن النسبة بين مساحتيهما ...... : ......

مثال محلول (٤): إذا كانت النسبة بين مساحتي مضلعين متشابهين ٤ : ٩

فإن النسبة بين محيطيهما = ...

الحـــــــــــــل

النسبة بين محيطيهما = ٢ : ٣

تدريب (٤): إذا كانت النسبة بين مساحتي مثلثين متشابهين ٦٤ : ١٢١

فإن النسبة بين محيطيهما = ...

مثال محلول (٥): مضلعان متشابهان النسبة بين محيطيهما ٢ : ٣ فإذا كانت : مساحة المضلع الأصغر = ١٠٠ سم^{٢} فأوجد مساحة المضلع الأكبر.

الحـــــــــــــل

$$\frac{\text{مساحة المضلع الأصغر}}{\text{مساحة المضلع الأكبر}} = \left(\frac{٢}{٣}\right)^{٢} = \frac{٤}{٩}$$

$$\frac{١٠٠}{\text{مساحة المضلع الأكبر}} = \frac{٤}{٩}$$ ⇦ مساحة المضلع الأكبر = ٢٢٥ سم^{٢}

تدريب (٤):

(أ) مضلعان متشابهان النسبة بين محيطيهما ٢ : ٣ فإذا كانت مساحة سطح المضلع الأول = ٦٠ سم^{٢}

فإن : مساحة سطح المضلع الثاني = ... سم^{٢}

(ب) مضلعان متشابهان النسبة بين محيطيهما ٢ : ٣ فإذا كان مجموع مساحتيهما ١٤٣ سم^{٢} أوجد مساحة كل منهما.



حلول التدريبات

(١) ٣ : ٥

(٢) ٩ : ٤

(٣) ١٣٥ سم^{٢}

(٤) ٤٤ سم^{٢} ، ٩٩ سم^{٢}

تمارين على الدرس الثالث

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) مضلعان متشابهان النسبة بين محيطيهما ٤ : ٩ فتكون النسبة بين مساحتيهما ...... : ......

(أ) ٤ : ٩ (ب) ٩ : ٤ (جـ) ٢ : ٣ (د) ١٦ : ٨١

(٢) إذا كان طولا ضلعين متناظرين في مضلعين متشابهين ٧ سم ، ١١ سم فإن النسبة بين محيطيهما ......

(أ) ٤٩ : ١٢١ (ب) ٧ : ١٨ (جـ) ٧ : ١١ (د) ١١ : ١٨

(٣) مثلثان متشابهان النسبة بين طولى أي ضلعين متناظرين فيهما ٢ : ٥ فإذا كانت مساحة الأول ١٦ سم^2

فإن مساحة الثانى = ... سم^2

(أ) ٤٠ (ب) ٨٠ (جـ) ١٠٠ (د) ١٢٠

(٤) مربعان النسبة بين طولى قطريهما ٢ : ٥ فإذا كانت مساحة أصغرهما ٤ سم^2

فإن : مساحة أكبرهما ...... سم^2

(أ) ٢٥ (ب) ١٦ (جـ) ١٠ (د) ٢٠

(٥) مضلعان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ٣ : ٤ ومجموع مساحتيهما ١٥٠ سم^2 فإن :

مساحة المضلع الأصغر ...... سم^2

(أ) ٥٤ (ب) ٩٦ (جـ) ٧٥ (د) ٥٢

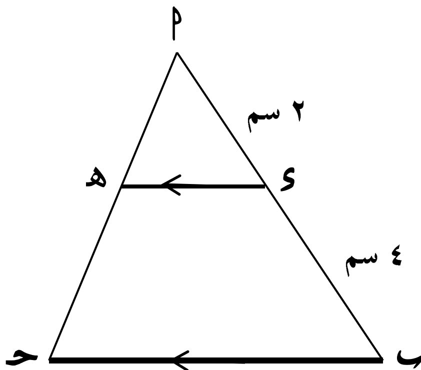
(٦) في الشكل المقابل :

$\overline{\text{ءه}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$ ، مساحة Δ أ ء ه = ٨ سم^2

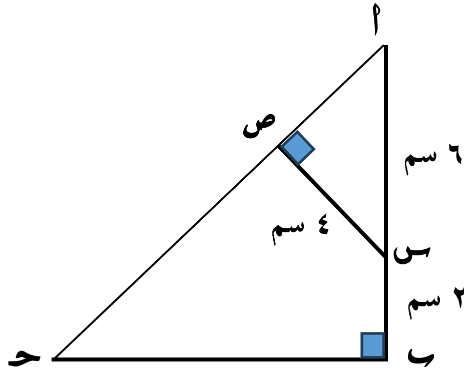
فإن : مساحة الشكل ء ب حـ ه = ... سم^2

(أ) ٢٧ (ب) ٦٤

(جـ) ٢٤ (د) ١٦



(٧) في الشكل المقابل :



$\frac{\text{م}(\Delta \text{ أ ص س})}{\text{م}(\Delta \text{ أ ب جـ})}$ = ...

(أ) ٣ : ٥ (ب) ٥ : ١٦

(جـ) ٩ : ٢٥ (د) ٤ : ٥

(٨) مضلعان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ٥ : ٣ والفرق بين مساحتيهما ٣٢ سم^2 فإن :

مساحة المضلع الأصغر تساوى ...... سم^2

(أ) ١٨ (ب) ٩ (جـ) ٢٥ (د) ١٦

(٩) دائرتان النسبة بين طولى قطريهما ٣ : ٥ فإذا كانت مساحة الدائرة الصغرى ٢٧ سم^2 فإن : مساحة الدائرة الكبرى تساوى ...... سم^2

(أ) ٤٥ (ب) ٥٠ (جـ) ٧٥ (د) ١٠٠

(١٠) إذا كان : Δ أ ب جـ $\sim$ Δ س ص ع ، مساحة Δ أ ب جـ = ٩ مساحة Δ س ص ع ، وكان :

س ص = ٤ سم فإن : أ ب = ... سم

(أ) ٥ (ب) ٩ (جـ) ١٢ (د) ٣٦

حلول تمارين على الدرس الثالث

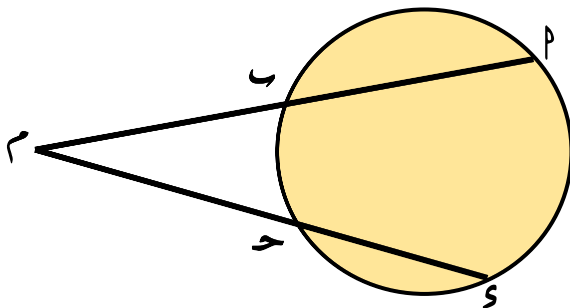
(١) ١٦ : ٨١	(٦) ٦٤
(٢) ٧ : ١١	(٧) ٥ : ١٦
(٣) ١٠٠	(٨) ١٨
(٤) ٢٥	(٩) ٧٥
(٥) ٥٤	(١٠) ١٢

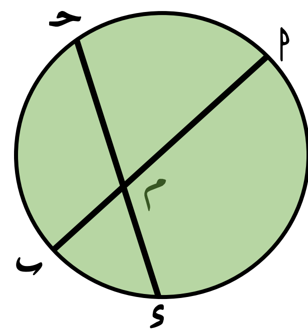


الدرس الرابع: تطبيقات التشابه في الدائرة

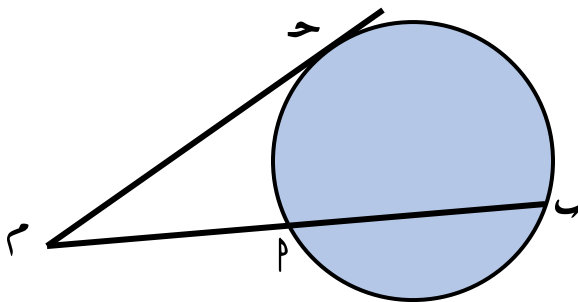
تمرين مشهور: إذا تقاطع المستقيمان الحاملان للوترين : $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{حـ ء}}$ لدائرة في نقطة م فإن :

م أ × م ب = م ء × م حـ





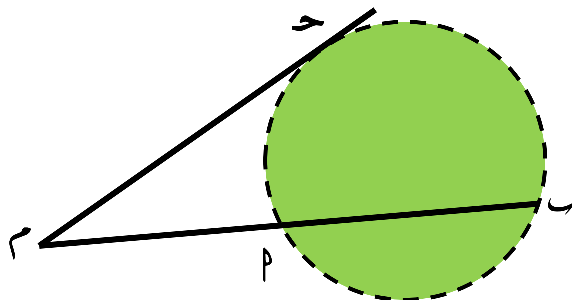
نتيجة (١) :



إذا كان : $\overleftarrow{\text{م حـ}}$ مماس للدائرة عند حـ

فإن : $(\text{م حـ})^{2}$ = م أ × م ب

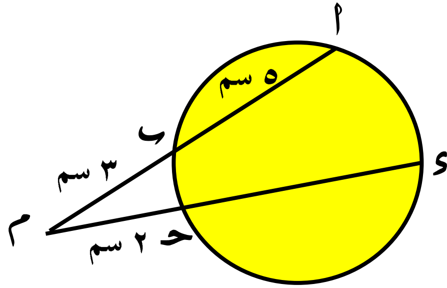
نتيجة (٢) :



إذا كان : $(\text{م حـ})^{2}$ = م أ × م ب

فإن : $\overleftarrow{\text{م حـ}}$ مماس للدائرة المارة بالنقط أ ، ب ، حـ

مثال محلول (١):



أكمل مايأتي : $\overleftarrow{\text{أب}} \cap \overleftarrow{\text{ءحـ}}$ = { م }

، م ب = ٣ سم ، أ ب = ٥ سم

، م حـ = ٢ سم

فإن : حـ ء = ... سم

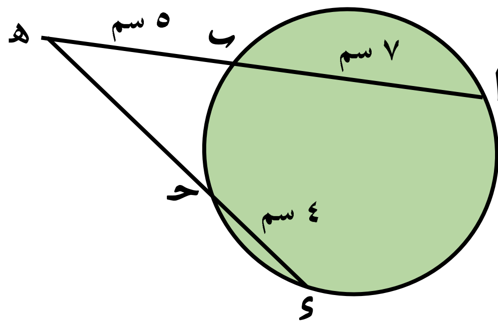
الحــــــــــــــل

م أ × م ب = م ء × م حـ

٨ × ٣ = ٢ × م ء ⟸ م ء = ١٢ سم ⟸ حـ ء = ١٠ سم

تدريب (١):

في الشكل المقابل :



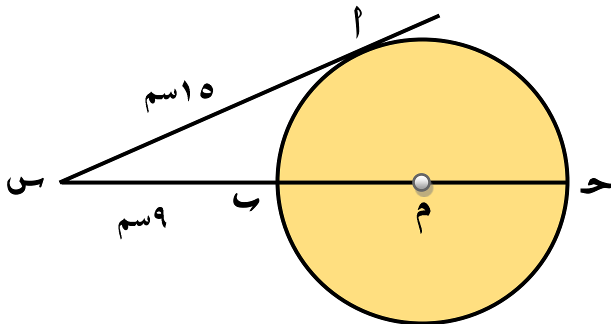
أ ب = ٧ سم ، ب هـ = ٥ سم ،

ء حـ = ٤ سم فإن : حـ هـ = ... سم

(أ) ٣ (ب) ٤

(جـ) ٥ (د) ٦

مثال محلول (٢):



$\overleftarrow{\text{س أ}}$ مماس للدائرة م في أ

حيث : س أ = ١٥ سم

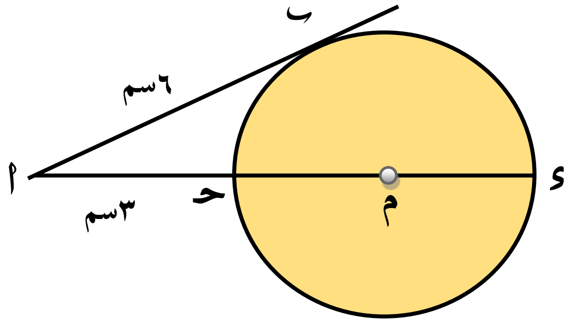
فإذا كان : س ب = ٩ سم فاحسب طول نصف قطر الدائرة م.

الحــــــــــــــل

$(س أ)^2$ = س ب × س حـ

٢٢٥ = ٩ × س حـ ⬅ س حـ = ٢٥ سم ⬅ نق = ١٢,٥ سم

تدريب (٢):



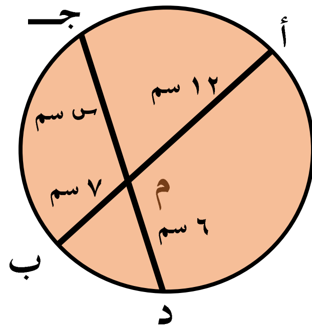
في الشكل المقابل :

إذا كان : أ ب قطعة مماسة للدائرة م

فإن : مساحة الدائرة = ... سم^2

(أ) ٤,٥ π　(ب) ٩ π　(جـ) ٨١ π　(د) ٢٠,٢٥ π

مثال محلول (٣):



في الشكل المقابل : س = ... سم

(أ) ٣.٥　(ب) ١٤

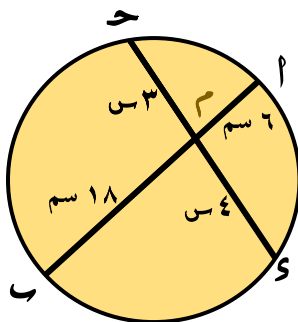
(جـ) ٦　(د) ١٢

الحـــــــــــــــل

م أ × م ب = م حـ × م ء

١٢ × ٧ = س × ٦ ⬅ س = ١٤ سم

مثال محلول (٤):



في الشكل المقابل : أ ب ∩ حـ ء = { م }

حـ ء = ... سم

(أ) ٣　(ب) ٩

(جـ) ١٨　(د) ٢١

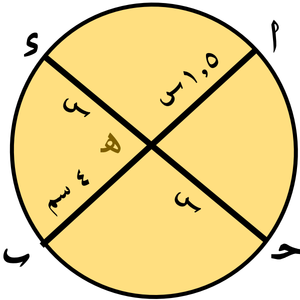
الحـــــــــــــل

م جـ × م د = م أ × م ب

٣س × ٤س = ٦ × ١٨ ⬅ ١٢س^٢ = ١٠٨

س^٢ = ٩ ⬅ س = ٣ ⬅ حـ ء = ٢١ سم

تدريب (٣): في الشكل المقابل :



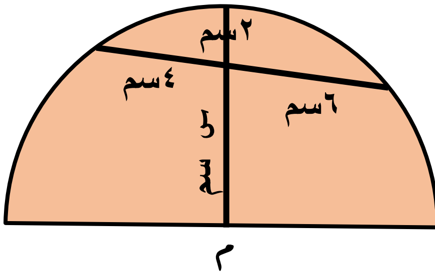
س = ... سم

(أ) ٦ (ب) ١٢

(جـ) ١٨ (د) ٣٦

مثال محلول (٤): في الشكل المقابل : إذا كان م مركز نصف الدائرة

فإن : محيط الدائرة = ... سم



(أ) ١٠ π (ب) ١٤ π

(جـ) ٧ π (د) ٢١ π

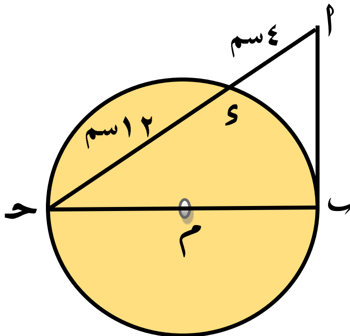
الحـــــــــــــل

٢ (س + س + ٢) = ٤ × ٦

٢س + ٢ = ١٢ ⬅ س = ٥ سم ⬅ محيط الدائرة = ١٤ π سم

تدريب (٤):

في الشكل المقابل :

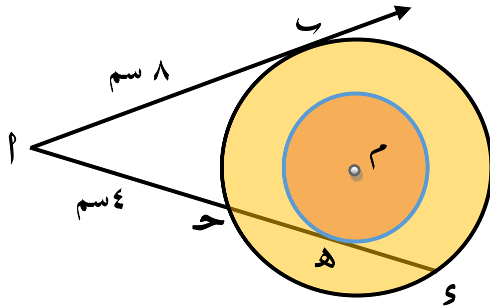


$\overline{\text{أ ب}}$ قطعة مماسة للدائرة م ، أء = ٤ سم ، ء حـ = ١٢ سم ،

فإن : محيط الدائرة = ... سم

(أ) ٤$\sqrt{٣}$ π (ب) ٨$\sqrt{٣}$ π (جـ) ١٦$\sqrt{٣}$ π (د) ٢٠$\sqrt{٣}$ π

مثال محلول (٥): في الشكل المقابل :



$\overleftarrow{\text{أ ب}}$ مماس للدائرة الكبرى ، $\overleftarrow{\text{أ ء}}$ مماس للدائرة الصغرى

فإن : ء هـ = ... سم

(أ) ٤ (ب) ٥

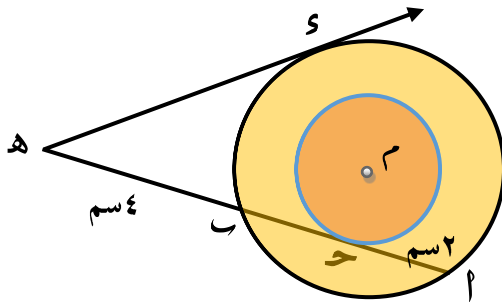
(جـ) ٦ (د) ٨

الحــــــــــــل

(أ ب)^{٢} = أ حـ × أ ء

٦٤ = ٤ × أ ء ⟵ أ ء = ١٦ سم ⟵ ء هـ = ٨ سم

تدريب (٥):

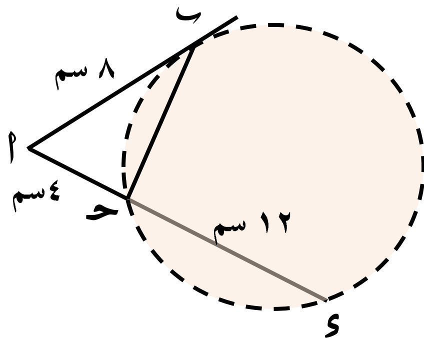


$\overleftarrow{\text{هـ ء}}$ مماس للدائرة الكبرى ، $\overline{\text{هـ أ}}$ مماس للدائرة الصغرى

فإن : ء هـ = ... سم

(أ) ٤$\sqrt{٢}$ (ب) ٢$\sqrt{٢}$ (جـ) ٣$\sqrt{٢}$ (د) ٥$\sqrt{٢}$

مثال محلول (٦): في الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث فيه أ ب = ٨ سم ، أ حـ = ٤ سم ،

ء ∈ $\overleftarrow{\text{أ حـ}}$ ، ء ∉ $\overline{\text{أ حـ}}$ حيث حـ ء = ١٢ سم

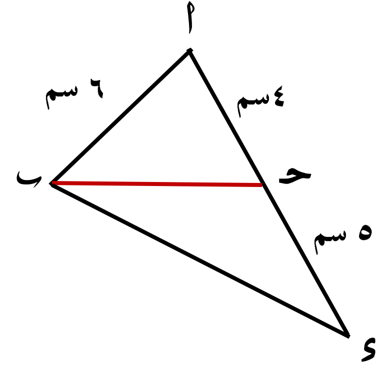
أثبت أن : $\overline{\text{أ ب}}$ تمس الدائرة المارة بالنقط ب ، حـ ، ء

الحــــــــــــل

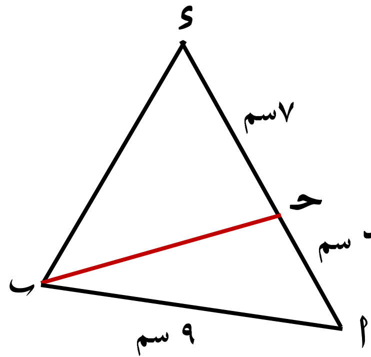
(أ ب)^{٢} = ٦٤ ، أ حـ × أ ء = ٤ × ١٦ = ٦٤

⟵ (أ ب)^{٢} = أ حـ × أ ء ∴ $\overline{\text{أ ب}}$ تمس الدائرة المارة بالنقط ب ، حـ ، ء

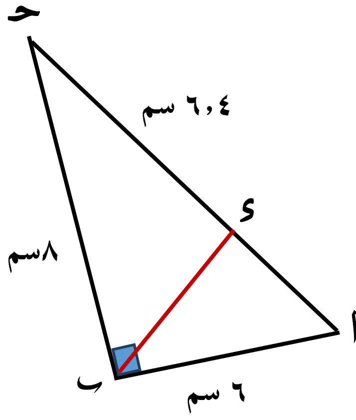
تدريب (٦): في أي الأشكال الآتية يكون $\overline{\text{أ ب}}$ قطعة مماسة للدائرة المارة بالنقط حـ ، ء ، ب



(١)



(٢)



(٣)

حل تدريب (١): ٦

حل تدريب (٢): ٢٠,٢٥ π

حل تدريب (٣): ٦

حل تدريب (٤): ٨ $\sqrt{٣}$ π

حل تدريب (٥): ٤ $\sqrt{٢}$

حل تدريب (٦): (١) ، (٣)

تمارين على الدرس الرابع

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

(١) في الشكل المقابل :

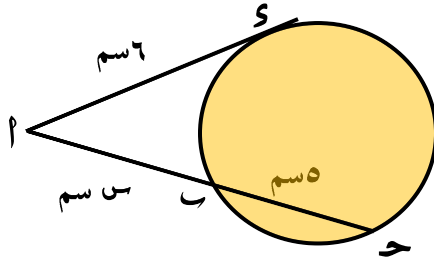
إذا كان : $\overline{\text{أ ء}}$ قطعة مماسة للدائرة ، أ ء = ٦ سم ،

أ ب = س سم ، ب حـ = ٥ سم

فإن : س = ... سم

(أ) ٢ (ب) ٣

(جـ) ٤ (د) ٥



(٢) في الشكل المقابل :

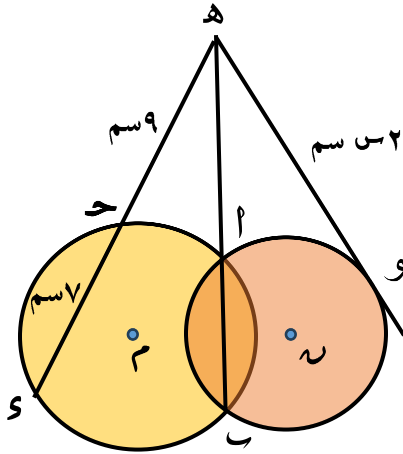
$\overleftarrow{\text{هـ و}}$ مماس للدائرة ن عند و ، هـ و = ٢س سم ،

هـ حـ = ٩ سم ، حـ ء = ٧ سم

فإن : س = ... سم

(أ) ٨ (ب) $٢\sqrt{٧}$

(جـ) $٣\sqrt{٧}$ (د) ٦



(٣) في الشكل المقابل :

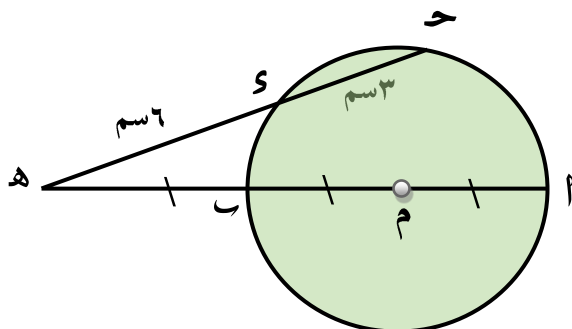
$\overline{\text{أ ب}}$ قطر في الدائرة م ،

أ م = م ب = ب هـ ، حـ ء = ٣ سم ، ء هـ = ٦ سم

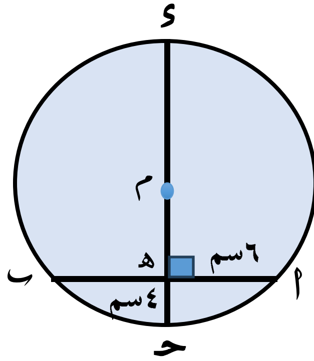
فإن : مساحة الدائرة = ... سم^{٢}

(أ) ٦ π (ب) ٩ π

(جـ) ١٢ π (د) ١٨ π



(٤) في الشكل المقابل :



$\overline{\text{حـ ء}}$ قطر في الدائرة م ، $\overline{\text{حـ ء}} \cap \overline{\text{أ ب}} = \{\text{هـ}\}$ ،

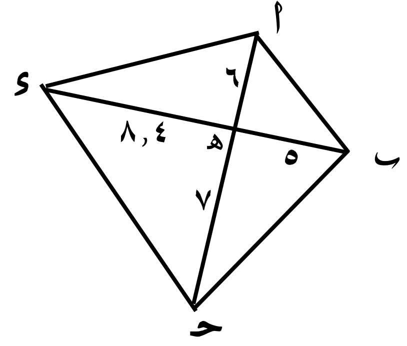
$\overline{\text{حـ ء}} \perp \overline{\text{أ ب}}$ ، أهـ = ٦ سم ، حـهـ = ٤ سم

فإن : طول نصف قطر الدائرة = ... سم

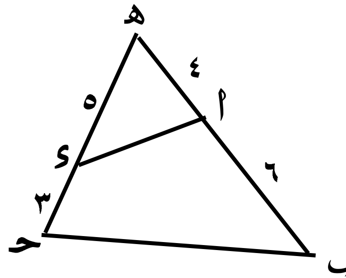
(أ) ٦,٥ (ب) ٧,٥ (جـ) ٨ (د) ١٠

(٥) في أي من الأشكال الآتية تقع النقط أ ، ب ، حـ ، ء على دائرة واحدة

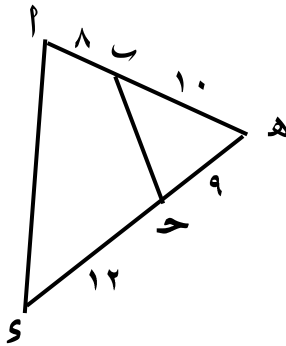
(الأطوال مقدرة بالمتر)



(١)



(٢)



(٣)

حلول تمارين على الدرس الرابع

(١) ٤

(٢) ٦

(٣) ١٨ π

(٤) ٦,٥

(٥) ١ ، ٢

حمل الآن

مجانا وحصريا

المراجعة رقم (3)

اختبار شهر نوفمبر





نتيجة النسبة بين مساحتى مضلعين متشابهين

حقيقة هامة

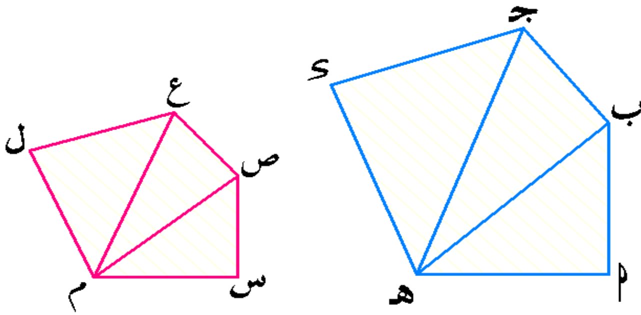
المضلعان المتشابهان يمكن أن ينقسما الى نفس العدد من المثلثات التى يشابه كل منها نظيره

النسبة بين مساحتى مضلعين متشابهين تساوى مربع النسبة بين طولى ضلعين متناظرين

اذا كان : المضلع أ ب جـ ء هـ ~ المضلع س ص ع ل م

فان $\frac{\text{م (المضلع أ ب جـ ء هـ)}}{\text{م (المضلع س ص ع ل م)}} = \frac{(\text{أ ب})^2}{(\text{س ص})^2} = \frac{(\text{ب جـ})^2}{(\text{ص ع})^2}$

$= \frac{(\text{جـ ء})^2}{(\text{ل م})^2} = \frac{(\text{ء أ})^2}{(\text{م ص})^2}$



مثال [١]

النسبة بين محيطى مضلعين متشابهين ٣ : ٤ إذا كان مجموع مساحتى سطحيهما ٢٢٥ سم^2 فأوجد مساحة كلا منهما .

∵ النسبة بين محيطى المضلعين المتشابهين = ٣ : ٤

النسبة بين طولى ضلعين متناظرين = ٣ : ٤

بفرض أن مساحة المضلع الأول $م_1$ = ٩ س سم^2

، مساحة المضلع الثانى $م_2$ = ١٦ س سم^2

∵ ٩ س + ١٦ س = ٢٢٥ ∴ ٢٥ س = ٢٢٥ ∴ س = $\frac{٢٢٥}{٢٥}$ = ٩

∴ مساحة المضلع الأول $م_1$ = ٩ س = ٩ × ٩ = ٨١ سم^2

∴ مساحة المضلع الثاني $م_2$ = ١٦ س = ١٦ × ٩ = ١٤٤ سم^2

مثال [٢] حاول أن تحل :

مزرعتان على شكل مضلعين متشابهين ، النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ٥ : ٣ إذا كان الفرق بين مساحتيهما ٣٢ فدانا فأوجد مساحة كلا منهما .

∵ النسبة بين محيطى المضلعين المتشابهين = ٥ : ٣

النسبة بين طولى ضلعين متناظرين = ٥ : ٣

بفرض أن مساحة المضلع الأول $م_١$ = ٢٥س سم^٢ ، مساحة المضلع الثانى $م_٢$ = ٩س سم^٢

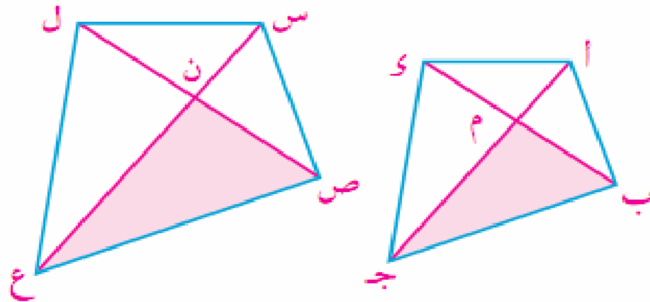
∴ ٢٥س − ٩س = ٣٢ ∴ ١٦س = ٣٢ ∴ س = ٢

∴ مساحة المضلع الأول $م_١$ = ٢٥س = ٢٥ × ٢ = ٥٠سم^٢

∴ مساحة المضلع الثاني $م_٢$ = ٩س = ٩ × ٢ = ١٨سم^٢

مثال [٣]

م ب جـ ء ، س ص ع ل مضلعان متشابهان ، تقاطع قطرى الأول فى م ، وتقاطع قطرى الثانى فى ن اثبت أن : م (المضلع م ب جـ ء) : مـ (المضلع س ص ع ل) = (م جـ)^٢ : (ن ع)^٢



∵ المضلع م ب جـ ء ، المضلع س ص ع ل

∴ △ م ب جـ ∼ △ س ص ع

، △ ء ب جـ ∼ ل ص ع

∴ △ م ب جـ ∼ △ ن ص ع (لماذا)

$$∴ \frac{ب جـ}{ص ع} = \frac{م جـ}{ن ع}$$ .... ❶

∵ المضلع م ب جـ ∼ المضلع س ص ع ل

$$∴ \frac{مـ (المضلع م ب جـ ء)}{مـ (المضلع س ص ع ل)} = (\frac{ب جـ}{ص ع})^٢$$ .... ❷

∴ م (المضلع م ب جـ ء) : مـ (المضلع س ص ع ل) = (م جـ)^٢ : (ن ع)^٢



مثال [٣]

طولا ضلعين متناظرين فى مضلعين متشابهين هو ٥ : ٩ وكانت مساحة سطح المضلع الأصغر = ٥٠سم^2 ، أوجد مساحة المضلع الأكبر أوجد كذلك النسبة بين محيطى المضلعين .

∵ المضلعان متشابهان ∴ $\frac{م_1}{م_2} = (\frac{٥}{٩})^2$

∴ $\frac{٥٠}{م_2} = \frac{٢٥}{٨١}$ ∴ $م_2 = \frac{٥٠ \times ٨١}{٢٥} = ١٦٢$ سم^2 ∴ $\frac{\text{محيط المضلع الأول}}{\text{محيط المضلع الثانى}} = \frac{٥}{٩}$

مثال [٤]

م ب جـ ء ، س ص ع ل مضلعان متشابهان فيهما : ق(∠ م) = ٤٠° ، س ص = $\frac{٣}{٤}$ م ب ، جـ ء = ١٦سم

احسب : (١) ق(∠ س) (٢) طول $\overline{ع ل}$ (٣) $\frac{م(\text{المضلع م ب جـ ء})}{م(\text{المضلع س ص ع ل})}$

∵ المضلع م ب جـ ء ~ المضلع س ص ع ل

∴ ق(∠ م) = ق(∠ س) فيكون ق(∠ س) = ٤٠° (المطلوب أولا)

∵ س ص = $\frac{٣}{٤}$ م ب ∴ $\frac{م ب}{س ص} = \frac{٤}{٣}$ خواص التناسب

من تشابه المضلعين نجد أيضا $\frac{م ب}{س ص} = \frac{جـ ء}{ع ل}$

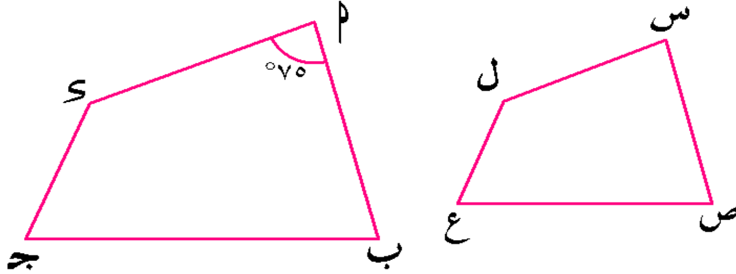
∴ $\frac{٤}{٣} = \frac{١٦}{ع ل}$ فيكون $ع ل = \frac{٣ \times ١٦}{٤} = ١٢$سم

$\frac{م(\text{المضلع م ب جـ ء})}{م(\text{المضلع س ص ع ل})} = (\frac{م ب}{س ص})^2 = \frac{١٦ك^2}{٩ك^2} = \frac{١٦}{٩}$

مثال [٦]

✹ أ ب جـ ء ، س ص ع ل مضلعان متشابهان فيهما ق($\angle$ أ) = ٧٥° ، س ص = $\frac{٣}{٤}$ أ ب ، ب جـ = ١٦سم ، أوجد

❶ ق(س) ❷ طول $\overline{\text{ص ع}}$ ❸ م(المضلع أ ب جـ ء) : م(المضلع س ص ع ل)



∵ المضلعان متشابهان

∴ زواياهما المتناظرة متساوية فى القياس

∴ ق($\angle$ س) = ق($\angle$ أ) = ٧٥°

∵ أطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة

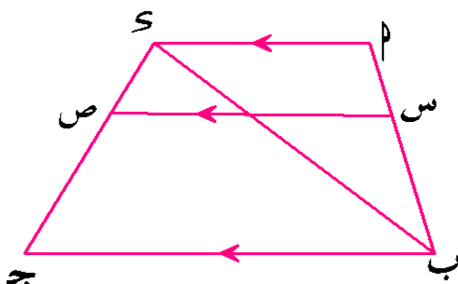
∴ $\frac{\text{س ص}}{\text{أ ب}} = \frac{\text{ص ع}}{\text{ب جـ}}$ ∴ $\frac{٣}{٤} = \frac{\text{ص ع}}{١٦}$ ∴ ص ع = $\frac{١٦ \times ٣}{٤}$ = ١٢سم

$\frac{\text{م(المضلع أ ب جـ ء)}}{\text{م(المضلع س ص ع ل)}} = \left(\frac{\text{أ ب}}{\text{س ص}}\right)^{٢} = \left(\frac{٤}{٣}\right)^{٢} = \frac{١٦}{٩}$

مثال [٧]

✹ أ ب جـ ء شبه منحرف فيه $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$ ، رسم $\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$ ويقطع $\overline{\text{أ ب}}$ فى س ، $\overline{\text{ء جـ}}$ فى ص بحيث يقسم شبه المنحرف إلى مضلعين متشابهين أ س ص ء ، س ب جـ ص

اثبت أن : $\frac{\text{م(المضلع أ س ص ء)}}{\text{م(المضلع س ب جـ ص)}} = \frac{\text{م(} \Delta \text{ أ ب ء)}}{\text{م(} \Delta \text{ ء ب جـ)}}$



∵ المضلع أ س ص ء ~ المضلع س ب جـ ص

∴ $\frac{\text{م(المضلع أ س ص ء)}}{\text{م(المضلع س ب جـ ص)}} = \left(\frac{\text{س ص}}{\text{ب جـ}}\right)^{٢} = \frac{\text{س ص}}{\text{ب جـ}} \times \frac{\text{س ص}}{\text{ب جـ}}$

$= \frac{\text{س ص}}{\text{ب جـ}} \times \frac{\text{أ ء}}{\text{س ص}} = \frac{\text{أ ء}}{\text{ب جـ}}$ .... ❶

∵ أ ب ء ~ Δ ب جـ ء فيهما ق($\angle$ أ ء ب) = ق($\angle$ ء ب جـ)

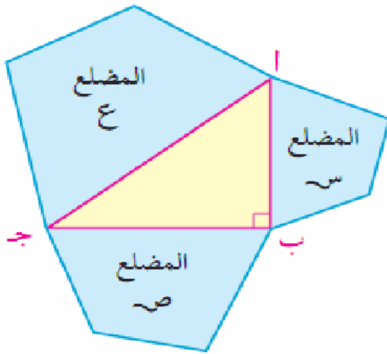


$\therefore \frac{م(\triangle أ ب د)}{م(\triangle ب جـ د)} = \frac{أ د \times ب د}{ب جـ \times ب د} = \frac{أ د}{ب جـ}$ .... ❷　　من ❶، ❷

$\therefore \frac{م(المضلع أ س ص د)}{م(المضلع س ب جـ ص)} = \frac{م(\triangle أ ب د)}{م(\triangle د ب جـ)}$

مثال [١١]

أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب ، فإذا كانت $\overline{أ ب}$ ، $\overline{ب جـ}$ ، $\overline{أ جـ}$ أضلاع متناظرة لثلاث مضلعات متشابهة منشأة على أضلاع مثلث أ ب جـ وهى على الترتيب المضلع س، المضلع ص، المضلع ع أثبت أن : م (المضلع س) + م (المضلع ص) = م (المضلع ع)



$\because$ المضلع س ~ المضلع ع

$\therefore \frac{م(المضلع س)}{م(المضلع ع)} = \frac{(أ ب)^2}{(أ جـ)^2}$

$\because$ المضلع ص ~ المضلع ع

$\therefore \frac{م(المضلع ص)}{م(المضلع ع)} = \frac{(ب جـ)^2}{(أ جـ)^2}$

$\therefore \frac{م(المضلع س)}{م(المضلع ع)} + \frac{م(المضلع ص)}{م(المضلع ع)} = \frac{(أ ب)^2}{(أ جـ)^2} + \frac{(ب جـ)^2}{(أ جـ)^2}$

$= \frac{(أ ب)^2 + (ب جـ)^2}{(أ جـ)^2} = \frac{(أ جـ)^2}{(أ جـ)^2} = ١$

لأن من نظرية فيثاغورث $(أ ب)^2 + (ب جـ)^2 = (أ جـ)^2$

$\therefore \frac{م(المضلع س)}{م(المضلع ع)} + \frac{م(المضلع ص)}{م(المضلع ع)} = ١$ بضرب الطرفين × م (المضلع ع)

م (المضلع س) + م (المضلع ص) = م (المضلع ع)

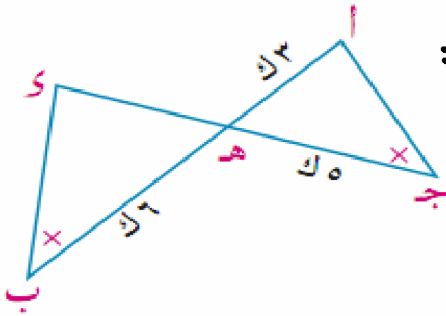
تمارين [٦] على تساوى مساحتى مضلعين متشابهين

[١] أكمل ما يأتى

① إذا كان Δ م ب جـ ~ Δ س ص ع ، وكان م ب = ٣س ص فإن $\frac{\text{م} (\Delta \text{ س ص ع})}{\text{م} (\text{م ب جـ})}$ = ...

② إذا كان Δ م ب جـ ~ Δ ء هـ و ، م(Δ م ب جـ) = ٩ م(Δ ء هـ و) وكان ء هـ = ٤سم

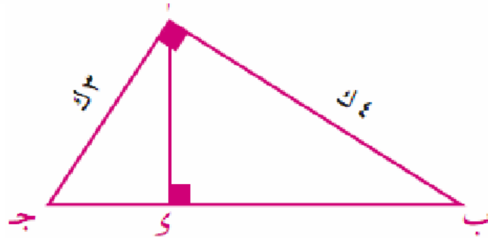
فإن : م ب = ...سم



③ ادرس كلا من الشكلين التاليين حيث ك ثابت تناسب ثم أكمل :

$\overline{\text{م ب}} \cap \overline{\text{جـ ء}}$ = { هـ } ، م(Δ م جـ هـ) = ٩٠٠سم٢

فإن مساحة (Δ ء هـ ب) = ... سم٢



④ ق(∠ ب م جـ) = ٩٠° ، $\overline{\text{م ء}} \perp \overline{\text{ب جـ}}$

، م(Δ م ء جـ) = ١٨٠سم٢

فإن : م(Δ م ب جـ) = ...سم٢

[٢] م ب جـ مثلث ، ء ∈ $\overline{\text{م ب}}$ حيث م ء = ٢ ء ب ، هـ ∈ $\overline{\text{م جـ}}$ حيث $\overline{\text{ء هـ}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$ إذا كانت مساحة Δ م ء هـ = ٦٠سم٢ . أوجد مساحة شبه المنحرف ء ب جـ هـ .

[٣] م ب جـ مثلث فيه $\frac{\text{م ب}}{\text{ب جـ}} = \frac{٤}{٣}$ ، رسمت الدائرة المارة برؤوسه . من نقطة ب رسم المماس لهذه الدائرة فقطع $\overleftarrow{\text{م جـ}}$ فى هـ اثبت أن : $\frac{\text{م}(\Delta \text{ م ب جـ})}{\text{م}(\Delta \text{ م ب هـ})} = \frac{٧}{١٦}$



[٤] حاول أن تحل :

① إذا كان المضلع أ ب جـ د ~ المضلع س ص ع ل ، $\frac{\text{أ ب}}{\text{س ص}} = \frac{1}{3}$ فاكتب ما يساويه كل من :

$\frac{\text{م (المضلع أ ب جـ د)}}{\text{م (المضلع س ص ع ل)}}$ ، $\frac{\text{محيط المضلع أ ب جـ د}}{\text{محيط المضلع س ص ع ل}}$

② إذا كان المضلعان أ ب جـ د هـ ، س ص ع ل م متشابهان والنسبة بين مساحتى سطحيهما ٤ : ٢٥ فاكتب ما يساويه كل من : $\frac{\text{أ ب}}{\text{س ص}}$ ، $\frac{\text{محيط المضلع أ ب جـ د هـ}}{\text{محيط المضلع س ص ع ل م}}$

③ إذا كانت النسبة بين محيطى مضلعين متشابهين ١ : ٤ مساحة المضلع الأول ٢٥سم٢ .
أوجد مساحة المضلع الثانى .

④ إذا كان طولا ضلعين متناظرين فى مضلعين متشابهين هما ١٢سم ، ١٦سم ، كانت مساحة المضلع الأصغر = ١٣٥سم٢ . فأوجد مساحة المضلع الأكبر .

[٥] أ ب جـ د متوازى أضلاع س ∈ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ ، س ∉ $\overline{\text{أ ب}}$ حيث ب س = ٢ أ ب ، ص ∈ $\overleftrightarrow{\text{جـ ب}}$ ، ص ∉ $\overline{\text{جـ ب}}$ حيث ب ص = ٢ ب جـ ، رسم متوازى الأضلاع ب س ع ص اثبت أن : $\frac{\text{م (أ ب جـ د)}}{\text{م (س ب ص ع)}} = \frac{1}{4}$

[٦] أ ب جـ مثلث قائم الزاوية فى ب ، $\overline{\text{ب د}}$ ⊥ أ جـ يقطعه فى د ، رسم على $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{ب جـ}}$ المربعان أ س ص ب ، ب م ن جـ خارج المثلث أ ب جـ .

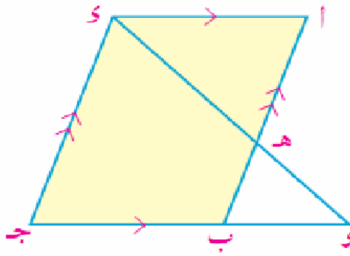
① اثبت أن : م (المضلع د أ س ص ب) = م (المضلع د ب م ن جـ)

② إذا كان : أ ب = ٦سم ، أ جـ = ١٠سم . أوجد النسبة بين مساحتى سطحى المضلعين .



[٧] في الشكل المقابل أ ب جـ ء متوازي أضلاع ، هـ ∈ $\overline{\text{أ ب}}$

حيث $\frac{\text{أ هـ}}{\text{هـ ب}} = \frac{٣}{٢}$ ، $\overleftrightarrow{\text{ء هـ}} \cap \overleftrightarrow{\text{جـ ب}} = \{\text{و}\}$



① اثبت أن : △ ء جـ و ~ △ هـ أ ء

② أوجد $\frac{\text{م}(\triangle \text{ ء جـ و})}{\text{م}(\triangle \text{ هـ أ ء})}$

[٨] أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب ، رسمت المثلثات المتساوية الأضلاع أ ب س ، ب جـ ص ، أ جـ ع اثبت أن : م(△ أ ب س) + م(△ ب جـ ص) = م(△ أ جـ ع)

[٩] أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في أ ، فيه أ ب = ٥سم ، ب جـ = ١٣سم حيث $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{ب جـ}}$ ، $\overline{\text{أ جـ}}$ أضلاع متناظرة لثلاث مضلعات متشابهة س ، ص ، ع منشأة على أضلاع المثلث أ ب جـ من الخارج على الترتيب . فإذا كانت مساحة سطح المضلع س تساوي ١٠٠سم²

أوجد مساحة سطح كل من المضلعين ص ، ع .

[١٠] أ ب جـ مثلث حيث $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{ب جـ}}$ ، $\overline{\text{أ جـ}}$ أضلاع متناظرة لثلاث مضلعات متشابهة س ، ص ، ع منشأة على أضلاع المثلث أ ب جـ من الخارج على الترتيب . فإذا كانت مساحة سطح المضلع س تساوي ٤٠سم²، مساحة المضلع ص = ٨٥سم² و مساحة المضلع ع = ١٢٥سم² اثبت أن : المثلث أ ب جـ قائم الزاوية .

[١١] أ ب جـ ء مربع قسمت $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{ب جـ}}$ ، $\overline{\text{جـ ء}}$ ، $\overline{\text{ء أ}}$ بالنقط س ، ص ، ع ، ل على الترتيب بنسبة ١ : ٣

اثبت أن : ① الشكل س ص ع ل مربع $\frac{\text{م(المربع س ص ع ل)}}{\text{م(المربع أ ب جـ ء)}} = \frac{٥}{٨}$



[١٢] صالة ألعاب مستطيلة الشكل أبعادها ٨ متر ، ١٢ متر ، تم تغطية أرضيتها بالخشب ، فتكلفت ٣٢٠٠ جنيه . احسب (باستخدام التشابه) تكاليف تغطية أرضية صالة مستطيلة الشكل أكبر بنفس نوع الخشب وبنفس الأسعار إذا كان أبعادها ١٤ مترا ، ٢١ مترا .

✍ [١٣]✹ إذا كانت النسبة بين مساحتى مضلعين متشابهين تساوى ١٦ : ٤٩ وطول الضلع $\overline{\text{أ ب}}$ فى المضلع الأصغر = ٨سم ، احسب طول الضلع المناظر للضلع $\overline{\text{أ ب}}$ فى المضلع الأكبر ، أوجد كذلك النسبة بين محيطى المضلعين المذكورين [١٤سم ، ٤ : ٧]

✍ [١٤]✹ إذا كان طولا ضلعين متناظرين فى مضلعين متشابهين هما ١٢سم ، ١٦سم ، كانت مساحة المضلع الأصغر = ٢٧٠سم² احسب مساحة المضلع الأكبر . [٤٨٠سم²]

✍ [١٥]✹ أ ب جـ ء ، ل م ن هـ مضلعان متشابهان فيهما ق (∠ أ) = ٦٠° ، ل م = $\frac{٢}{٣}$ أ ب ، ب جـ = ١٥سم احسب ❶ ق (∠ ل) ❷ طول $\overline{\text{م ن}}$

❸ النسبة بين مساحتى سطحى المضلعين . [٦٠° ، ١٠سم ، ٩ : ٤]

✍ [١٦]✹ أ نقطة خارج دائرة ، رسم من أ قاطع للدائرة فى ب ، جـ ورسم المماس $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$ للدائرة عند ء ثم رسم على كل من $\overline{\text{أ ء}}$ ، $\overline{\text{أ جـ}}$ باعتبارهما ضلعين متناظرين مضلعان متشابهان م١ ، م٢

اثبت أن : مساحة سطح م١ : مساحة سطح م٢ = أ ب : أ جـ

✍ [١٧]✹ أ ب جـ ء شكل رباعى فيه $\overline{\text{أ جـ}} \cap \overline{\text{ب ء}}$ = { هـ } ، وكان أ هـ : هـ جـ = ٣ : ٥ ، رسم $\overline{\text{هـ و}}$ // $\overline{\text{أ ء}}$ بحيث يقطع $\overline{\text{ء جـ}}$ فى و ، رسم $\overline{\text{و ن}}$ // $\overline{\text{ء ب}}$ بحيث يقطع $\overline{\text{ب جـ}}$ فى ن .

اثبت أن : المضلع أ ب جـ ء ~ المضلع هـ ن جـ و ❷ أوجد النسبة بين مساحتى سطحيهما .



[١٨] أ ب جـ ء ، س ص ع ل شكلان رباعيان متشابهان تقاطع قطرى الأول فى م ، تقاطع قطرى الثانى فى ن .

اثبت أن : م(المضلع أ ب جـ ء) : م(المضلع س ص ع ل) = (م جـ)^2 : (ن ع)^2

[١٩] أ ب جـ △ قائم الزاوية فى أ ، أ ء ⊥ ب جـ ، رسم △△ المتساويا الأضلاع أ ب هـ ، جـ أ و خارج △ أ ب جـ اثبت أن : ❶ المضلع أ ء ب هـ ~ المضلع جـ ء أ و

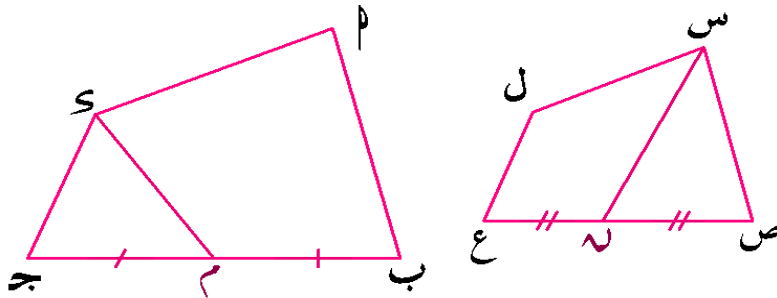
❷ م(المضلع أ ء ب هـ) : م(المضلع جـ ء أ و) = ب ء : جـ ء

[٢٠] أ ب جـ △ قائم الزاوية فى أ فإذا كانت أ ب ، ب جـ ، أ جـ أضلاع متناظرة لثلاثة مضلعات متشابهة $م_1$ ، $م_2$ ، $م_3$ مرسومة على هذه الأضلاع خارج △

اثبت أن : م(المضلع الأول $م_1$) + م(المضلع الثانى $م_3$) = م(المضلع الثالث $م_2$)

مثال [٢١] حاول أن تحل :

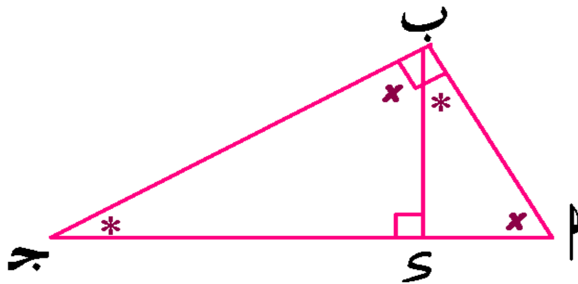
أ ب جـ ء ، س ص ع ل مضلعان متشابهان ، فإذا كانت م منتصف ب جـ ، ن منتصف ص ع



اثبت أن : م (المضلع أ ب جـ ء) : مـ (المضلع س ص ع ل) = (أ م)^2 : (ن ل)^2

نظرية

إذا رسم من رأس القائمة فى المثلث القائم عمود على الوتر انقسم المثلث الى مثلثين متشابهين وكلاهما يشابه المثلث الأصلى

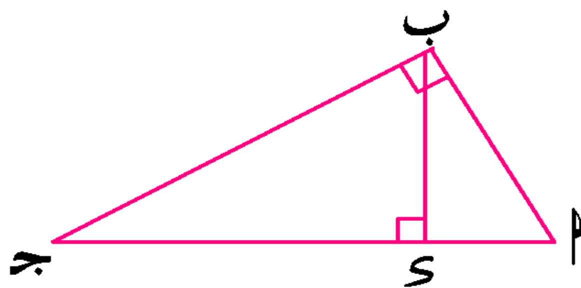


اذا كان △ م ب جـ قائم فى ب ، $\overline{\text{ب ء}} \perp \overline{\text{م جـ}}$

فان △ م ب جـ ~ △ م ء ب ~ △ ب ء جـ

مثال [١]

✷ م ب جـ △ قائم الزاوية فى ب ، رسم $\overleftrightarrow{\text{ب ء}} \perp \overline{\text{م جـ}}$ ليقطعه فى ء حيث ب ء = ١٢سم ، م جـ = ٢٥سم ، احسب طول كل من $\overline{\text{م ب}}$ ، $\overline{\text{ب جـ}}$



ق(∠ م ب جـ) = ٩٠° ، $\overline{\text{ب ء}} \perp \overline{\text{م جـ}}$

∴ (ب ء)^٢ = م ء × ء جـ نتيجة

بفرض أن طول $\overline{\text{م ء}}$ = س

∴ ء جـ = ٢٥ − س بالتعويض فى (١)

∴ (١٢)^٢ = س (٢٥ − س) ∴ ١٤٤ = ٢٥س − س^٢

∴ س^٢ − ٢٥ س + ١٤٤ = ٠ ∴(س − ٩)(س − ١٦) = ٠

∴ س = ٩سم أو س = ١٦سم

إذا كان م ء = ٩سم ∴ ء جـ = ٢٥ − ٩ = ١٦سم

(م ب)^٢ = م ء × م جـ = ٩ × ٢٥ = ٢٢٥

∴ م ب = ١٥ سم

(ب جـ)^٢ = ء جـ × م جـ = ١٦ × ٢٥ = ٦٢٥ ∴ ب جـ = ٢٠

مثال [٢]

✹ و هـ ء Δ قائم الزاوية فى ء ، رسم $\overleftarrow{\text{ء س}}$ ⊥ $\overline{\text{هـ و}}$ ليقطعه فى س اثبت أن : (ء هـ)^2 : (ء و)^2 = هـ س : س و

∵ ق(∠ هـ ء و) = ٩٠°

، $\overline{\text{ء س}}$ ⊥ $\overline{\text{هـ و}}$

(ء هـ)^2 = هـ س × هـ و ....❶

(ء و)^2 = و س × و هـ ....❷

بقسمة العلاقتين ∴ $\frac{(\text{ء هـ})^2}{(\text{ء و})^2} = \frac{\text{هـ س}}{\text{س و}}$

∴ (ء هـ)^2 : (ء و)^2 = هـ س : س و .

مثال [٣]

✹ $\overline{\text{ب جـ}}$ قطر فى الدائرة م ، $\overline{\text{ء ب}}$ تمس هذه الدائرة عند ب ، رسم $\overline{\text{ء جـ}}$ فقطع الدائرة فى هـ .
فإذا كان ب جـ = ٨سم ، ب ء = ٦سم احسب طول كل من $\overline{\text{ب هـ}}$ ، $\overline{\text{ء هـ}}$ ، $\overline{\text{هـ جـ}}$

∵ $\overleftrightarrow{\text{ء ب}}$ مماس للدائرة ، $\overline{\text{ب جـ}}$ قطر ∴ ق(∠ ء ب جـ) = ٩٠°

∴ (ء جـ)^2 = (ء ب)^2 + (ب جـ)^2 ٣٦ + ٦٤ = ١٠٠

∴ ء جـ = ١٠سم ،

∵ ∠ ب هـ جـ محيطية فى نصف دائرة ∴ ق(∠ ب هـ جـ) = ٩٠°

∴ Δ ب ء جـ يكون $\overline{\text{ب هـ}}$ ⊥ $\overline{\text{ء جـ}}$

∴ (ب ء)^2 = ء هـ × ء جـ ∴ ٣٦ = ء هـ × ١٠ ∴ ء هـ = $\frac{٣٦}{١٠}$ = ٣,٦سم

∴ جـ هـ = ء جـ − ء هـ = ١٠ − ٣,٦ = ٦,٤ سم

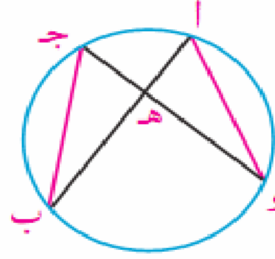
∴ (ب هـ)^2 = ء هـ × هـ جـ = ٣,٦ × ٦,٤ = $\frac{٣٦ \times ٦٤}{١٠٠}$ ∴ ب هـ = $\frac{٦ \times ٨}{١٠}$ = ٤,٨سم

تطبيقات التشابه فى الدائرة

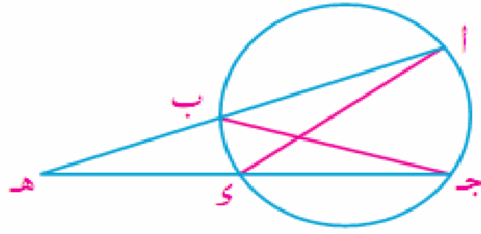
تمرين مشهور :

إذا تقاطع المستقيمان الحاويان للوترين $\overline{أب}$ ، $\overline{جـ ء}$ لدائرة فى نقطة هـ فان :

هـ أ × هـ ب = هـ جـ × هـ ء



شكل (١)



شكل (٢)

مثال [١]

$\overline{أب}$ ∩ $\overline{جـ ء}$ = { هـ } ، إذا كان $\frac{هـ أ}{هـ ب} = \frac{٤}{٣}$ ، هـ جـ = ٩سم ، هـ ء = ٤سم أوجد طول $\overline{هـ ب}$.

∵ $\frac{هـ أ}{هـ ب} = \frac{٤}{٣}$ ∴ هـ أ = ٤م ، هـ ب = ٣ م حيث م ≠ ٠

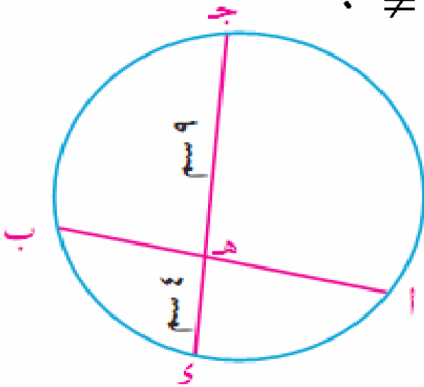
∵ $\overline{أب}$ ∩ $\overline{جـ ء}$ = { هـ }

∴ هـ أ × هـ ب = هـ جـ × هـ ء

∴ ٤ م × ٣ م = ٩ × ٤

∴ ١٢م^{٢} = ٣٦　　∴ م^{٢} = ٣

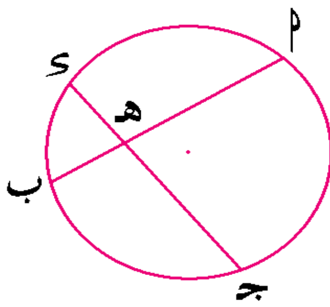
∴ م = $\sqrt{٣}$　　∴ هـ ب = ٣$\sqrt{٣}$ سم



مثال [٢]

✱ $\overline{أب}$ ، $\overline{جـ ء}$ وتران فى دائرة متقاطعان فى هـ فإذا كان أ هـ = ٦سم ، هـ ب = ٢,٥سم ، جـ ء = ٨سم ، فأوجد طول كل من $\overline{جـ هـ}$ ، $\overline{هـ ء}$





نفرض أ ب جـ هـ = س سم فيكون هـ د = (٨ − س) سم

∵ $\overline{أب}$ ، $\overline{جـد}$ وتران متقاطعان فى هـ

∵ أ هـ × هـ ب = جـ هـ × هـ د

∴ ٦ × ٢,٥ = س (٨ − س)

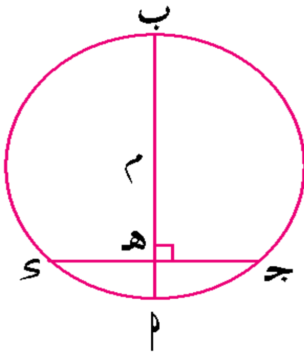
∴ ١٥ = ٨ س − س^2	∴ س^2 − ٨س + ١٥ = ٠

(س − ٣) (س − ٥) = ٠	∴ س = ٣	أو	س = ٥

طول $\overline{جـهـ}$ ، $\overline{هـد}$ هما ٥سم ، ٣سم

مثال [٣]

$\overline{أب}$ قطر فى دائرة م ، $\overline{جـد}$ ⊥ $\overline{أب}$ ، يقطعه فى هـ ، جـ د = ١٦سم ، أ هـ = ٤سم
احسب مساحة سطح الدائرة .



∵ $\overline{أب}$ ⊥ $\overline{جـد}$ ، أ ب يمر بمركز الدائرة	∴ هـ منتصف $\overline{جـد}$

∵ جـ هـ = جـ د = ٨سم

∵ $\overline{جـد}$ ∩ $\overline{أب}$ = { هـ }

∴ أ هـ × هـ ب = جـ هـ × هـ د

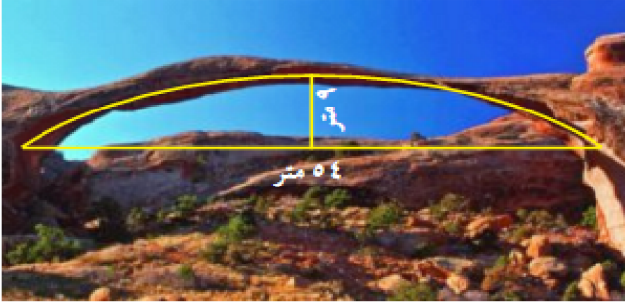
∴ ٤ × هـ ب = ٨ × ٨	∴ هـ ب = $\frac{٦٤}{٤}$ = ١٦سم

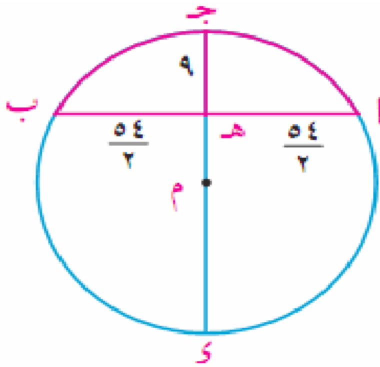
∴ ٢نق = أ ب = ٤ + ١٦ = ٢٠سم	∴ نق = ١٠سم

∴ مساحة سطح الدائرة = π نق^2 = ١٠٠π سم^2

مثال [٤]

تطبيقات حياتية : الربط مع الجيولوجيا : فى إحدى المناطق الساحلية توجد طبقة أرضية على شكل قوس طبيعي . وجد الجيولوجيون أنه قوس دائرى كما بالشكل المقابل أوجد طول نصف قطر دائرة القوس .





الحل :

بفرض أن : طول نصف قطر دائرة القوس = نق مترا

∵ $\overline{أب}$ ، $\overline{جـى}$ وتران متقاطعان فى هـ

∴ هـ أ × هـ ب = هـ جـ × هـ ى

∴ ٢٧ × ٢٧ = ٩ (٢ نق − ٩)

∴ ١٨نق − ٨١ = ٧٢٩

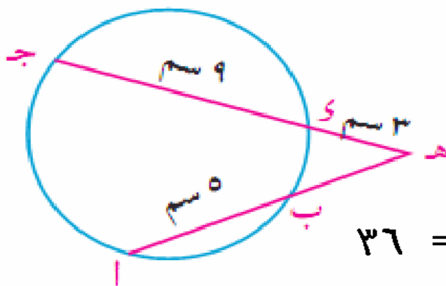
١٨ نق = ٧٢٩ + ٨١ = ٨١٠ نق = $\frac{٨١٠}{١٨}$ = ٤٥

∴ طول نصف قطر دائرة القوس = ٤٥ متر

مثال [٥]

فى الشكل المقابل : $\overleftrightarrow{أب}$ ∩ $\overleftrightarrow{جـى}$ = { هـ }

، أ ب = ٥سم ، جـ ى = ٩سم ، هـ ى = ٣سم أوجد طول $\overline{ب هـ}$.



بفرض أن : ب هـ = س سم

∵ $\overleftrightarrow{أب}$ ∩ $\overleftrightarrow{جـى}$ = { هـ }

∴ هـ ب × هـ أ = هـ ى × هـ جـ تمرين مشهور

∴ س (س + ٥) = ٣ (٣ + ٩) ∴ س٢ + ٥س = ٣٦

∴ س٢ + ٥س − ٣٦ = ٠ ∴ (س + ٩)(س − ٤) = ٠

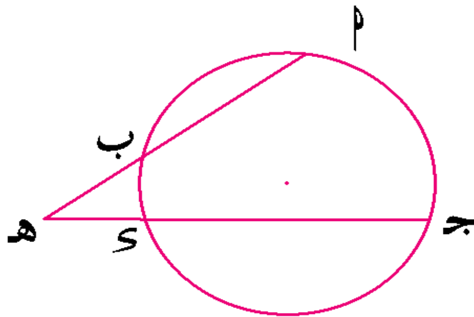
∴ س = −٩ مرفوض ، س = ٤

∴ ب هـ = ٤سم .

مثال [٦]

هـ نقطة خارج الدائرة رسم $\overleftrightarrow{هـ م}$ فقطع الدائرة فى ب ، م على الترتيب ، $\overleftrightarrow{هـ جـ}$ فقطعا الدائرة فى ء ، جـ على الترتيب فإذا كان : م ب = ٥سم ، جـ ء = ٩سم ، ب هـ = ٤سم فأوجد طول $\overline{هـ ء}$

الحل



نفرض أن : هـ ء = س ∵ $\overline{هـ م}$ ، $\overline{هـ جـ}$ قاطعتان للدائرة

∴ هـ ب × هـ م = هـ ء × هـ جـ

٤ × ٩ = س (س + ٩)

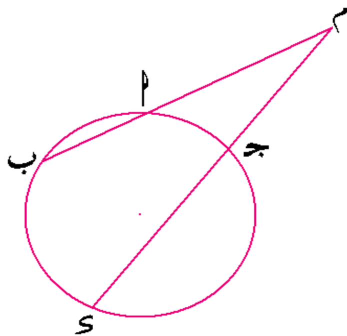
∴ س^{٢} + ٩س − ٣٦ = ٠ ∴ (س − ٣) (س + ١٢) = ٠

∴ س = ٣ أو س = − ١٢ مرفوض

هـ ء = ٣سم

مثال [٧]

م نقطة خارج دائرة ، رسم $\overleftrightarrow{م ب}$ فقطع الدائرة فى م ، ب على الترتيب ، $\overleftrightarrow{م ء}$ فقطع الدائرة فى جـ ، ء على الترتيب فإذا كان م ب = ٢,٥سم ، م جـ = ١,٥سم ، جـ ء = ٤,٥سم احسب طول $\overline{م م}$



∵ م ب ، م ء يقطعان الدائرة

∴ م م × م ب = م جـ × م ء

∴ م م (م م + ٢,٥) = ١,٥ (١,٥ + ٤,٥)

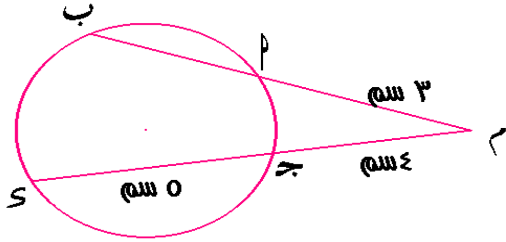
∴ م م (م م + ٢,٥) = ١,٥ (٦) = ٩

∴ (م م)^{٢} + ٢,٥ م م − ٩ = ٠

∴ (م م − ٢) (٢ م م + ٩) = ٠ ∴ م م = ٢سم

مثال [U]

 م م = ٣سم ، م جـ = ٤سم ، جـ ء = ٥سم أوجد طول م ب



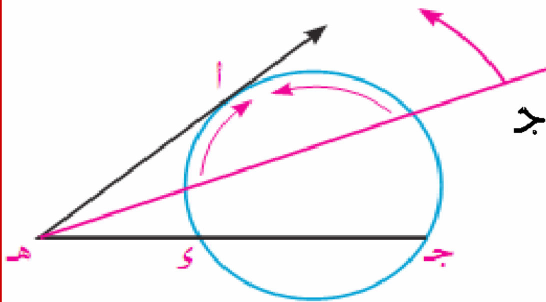
∵ م م × م ب = م جـ × م ء ∴ ٣ م ب = ٤ × ٩

∴ ٣ م ب = ٣٦ ∴ م ب = ١٢سم

∴ م ب = ١٢ — ٣ = ٩سم

نتيجة

إذا رسم من نقطة خارج دائرة قاطع ومماس فان حاصل ضرب طول القاطع فى طول جزئه الخارجى يساوى مربع طول المماس

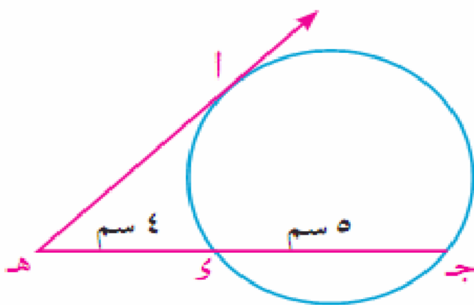


فى الشكل المقابل : هـ م مماس للدائرة ، هـ جـ يقطع الدائرة ء ، جـ

∴ (هـ م)^2 = هـ ء × هـ جـ

مثال [ا]

هـ م مماس للدائرة ، هـ جـ قاطع الدائرة فى ء ، جـ على الترتيب حيث هـ ء = ٤سم ، جـ ء = ٥ سم ، أوجد طول م هـ



∵ هـ م مماس للدائرة ، هـ جـ قاطع للدائرة .

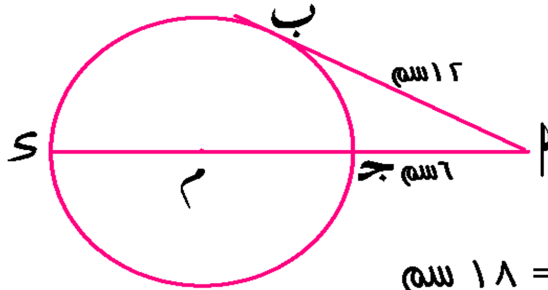
∴ (هـ م)^2 = هـ ء × هـ جـ

= ٤ (٤ + ٥) = ٤ × ٩ = ٣٦

∴ (هـ م)^2 = ٣٦سم

مثال [٢]

✷ $\overleftrightarrow{م ب}$ مماس للدائرة م عند ب ، م ب = ١٢سم ، م جـ=٦سم أوجد طول نصف قطر الدائرة م .



∵ (م ب)^{2} = م جـ × م ء

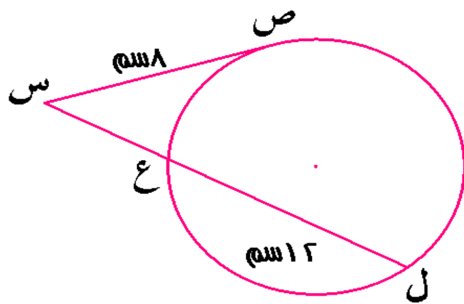
∴ ١٤٤ = ٦ × م ء

∴ م ء = ١٤٤ ÷ ٦ = ٢٤ سم ∴ جـ ء = ٢٤ – ٦ = ١٨ سم

∵ $\overline{جـ ء}$ قطر فى الدائرة ∴ نق = ١٨ ÷ ٢ = ٩ سم

مثال [٣]

✷ $\overleftrightarrow{س ص}$ مماس للدائرة س ص = ٨سم ع ل = ١٢سم أوجد طول س ع



∵ (س ص)^{2} = س ع × س ل

∴ ٦٤ = س ع (س ع + ١٢)

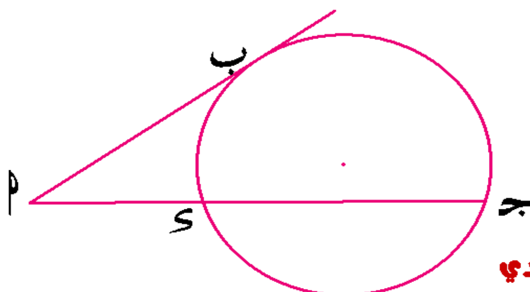
∴ (س ع)^{2} + ١٢ س ع – ٦٤ = ٠

∴ (س ع – ٤) (س ع +١٦) = ٠

∴ س ع = ٤سم ، س ع = –١٦ (مرفوض)

مثال [٤]

✷ م نقطة خارج دائرة ، $\overline{م ب}$ مماسة لها عند ب ، $\overline{م جـ}$ قاطعة للدائرة فى جـ ، ء فإذا كان م ء = ٩سم ، ء جـ = ١٦سم فأوجد طول $\overline{م ب}$



∵ $\overline{م ب}$ مماسة ، $\overline{م جـ}$ قاطعة للدائرة

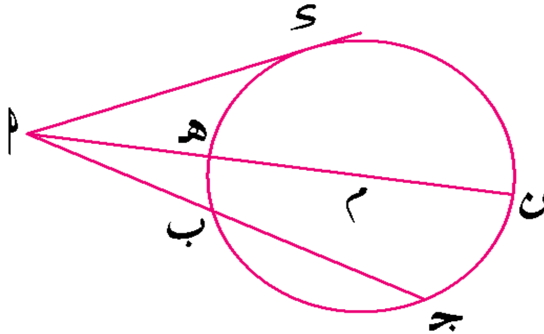
∴ (م ب)^{2} = م ء × م جـ = ٩ × ٢٥ = ٢٢٥

∴ م ب = ١٥سم

مثال [٥]

✳ دائرة مركزها م ، وطول نصف قطرها ٦سم ، أ نقطة خارج الدائرة بحيث م أ = ١٠سم . رسمت $\overline{\text{أ جـ}}$ قاطعة للدائرة فى جـ ، ب ثم رسم من أ مماس للدائرة فى ء فإذا كان أ جـ = ١٢,٨سم فأوجد طول كل من $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ ء}}$

الحل



نفرض أن $\overleftarrow{\text{أ م}}$ يقطع الدائرة فى هـ ، ن

∴ أ هـ = ١٠ − ٦ = ٤سم

، أ ن = ١٠ + ٦ = ١٦سم

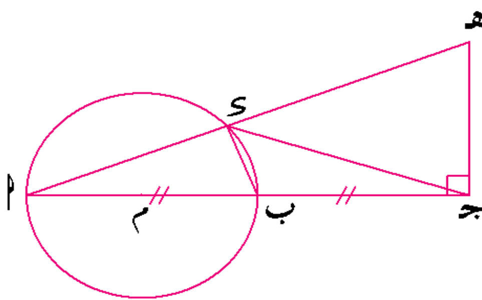
∵ أ هـ × أ ن = أ ب × أ جـ

∴ ٤ × ١٦ = أ ب × ١٢,٨ ∴ أ ب = $\frac{٤ \times ١٦}{١٢.٨}$ = ٥سم

∵ (أ ء)^{٢} = أ هـ × أ ن = ٤ × ١٦ = ٦٤ ∴ أ ء = ٨سم

مثال [٦]

✳ أ ب قطر فى دائرة ، جـ ∈ $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ حيث أ ب = ب جـ ، رسمت $\overline{\text{جـ ء}}$ مماسة للدائرة فى ء فإذا قطع $\overleftarrow{\text{أ ء}}$ العمود المنشأ على $\overline{\text{أ جـ}}$ من نقطة جـ فى هـ اثبت أن : أ ء × أ هـ = (ء جـ)^{٢}



∵ $\overline{\text{أ ب}}$ قطر ∴ ق(∠ أ ء ب) = ٩٠°

∴ ق(∠ أ ء ب) = ق(∠ هـ جـ ب) = ٩٠°

∴ الشكل هـ جـ ب ء رباعى دائرى

∴ أ ء × أ هـ = أ ب × أ جـ

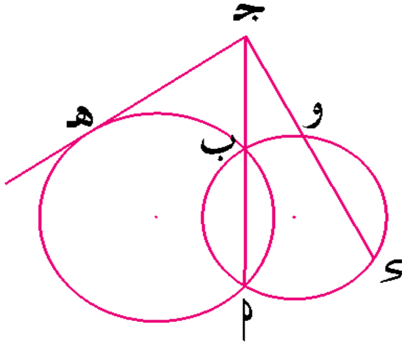
∵ أ ب = ب جـ ∴ أ ء × أ هـ = ب جـ × أ جـ

∵ $\overline{\text{جـ ء}}$ قطعة مماسية ، $\overline{\text{جـ أ}}$ قاطعة للدائرة

∴ (جـ ء)^{٢} = جـ ب × جـ أ ∴ أ ء × أ هـ = (ء جـ)^{٢}

مثال [٧]

دائرتان متقاطعتان فى أ ، ب حيث جـ ∈ $\overleftarrow{أ ب}$ ، جـ ∉ $\overline{أ ب}$ رسمت جـ هـ لتمس الدائرة الأولى فى هـ ، جـ و ليقطع الدائرة الثانية فى و ، ء فإذا كان جـ و = ٩سم ، و ء = ٧سم ، احسب طول $\overline{جـ هـ}$



$\overline{جـ أ}$ ، $\overline{جـ ء}$ تقطعان الدائرتين

∴ جـ ب × جـ أ = جـ و × جـ ء

∴ جـ ب × جـ أ = ٩ (٩ + ٧) = ١٤٤

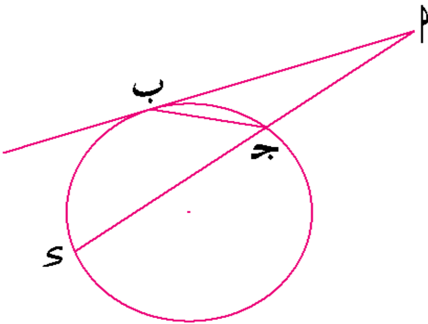
، $\overline{جـ هـ}$ تمس الدائرة الثانية فى هـ ، $\overline{جـ أ}$ فقطعها فى ب ، أ

∴ $(جـ هـ)^2$ = جـ ب × جـ أ = ١٤٤ ∴ جـ هـ = ١٢سم

مثال [٨]

أ ب جـ ، فيه أ ب = ١٢سم ، أ جـ = ٦سم ، ء ∈ $\overleftarrow{أ جـ}$ ، ء ∉ $\overline{أ جـ}$ بحيث جـ ء = ١٨سم .

اثبت أن : $\overline{أ ب}$ مماس للدائرة المارة بالنقط ب ، جـ ، ء



أ جـ × أ ء = ٦ (٦ + ١٨) = ٦ × ٢٤ = ١٤٤

∵ $(أ ب)^2$ = $(١٢)^2$ ١٤٤

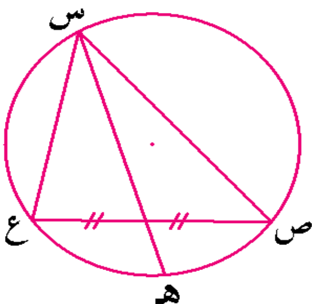
∴ $(أ ب)^2$ = أ جـ × أ ء

∴ $\overline{أ ب}$ تمس الدائرة المارة برؤوس △ ب جـ ء عند ب

مثال [٩]

س ص ع △ ، رسمت دائرة تمر برؤوسه ، ء منتصف $\overline{ص ع}$ رسم $\overleftarrow{س ء}$ ليقطع الدائرة فى هـ ،

اثبت أن : س ء × ء هـ = $(ص ء)^2$



الحل ∴ $\overline{س هـ}$ ، $\overline{ص ع}$ وتران متقاطعان فى ء

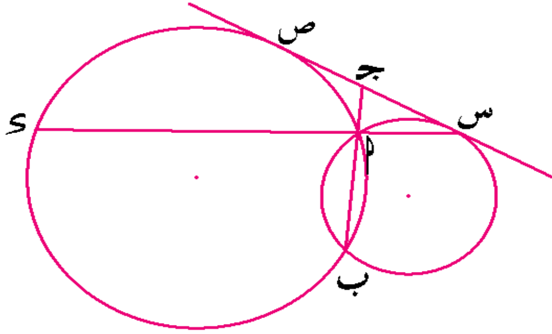
∴ س ء × ء هـ = ص ء × ء ع ∵ ص ء = ء ع

∴ س ء × ء هـ = ص ء × ص ء = $(ص ء)^2$

مثال [١٠]

م ، ن دائرتان متقاطعتان فى أ ، ب ، $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ يمس الدائرة م فى س ، يمس الدائرة ن فى ص فإذا كان $\overleftarrow{\text{ب أ}} \cap \overleftrightarrow{\text{س ص}} = \{\text{جـ}\}$ ، $\overleftarrow{\text{س أ}}$ يقطع ن فى ء

أثبت أن : ❶ س جـ = ص جـ ❷ س أ × س ء = ٤ أ جـ × جـ ب



$\overline{\text{جـ س}}$ تمس الدائرة م عند س ، $\overline{\text{جـ ب}}$ تقطعها فى أ ، ب

∴ (جـ س)^2 = أ جـ × جـ ب ...... (١)

، ∵ $\overline{\text{جـ ص}}$ تمس الدائرة ن عند ص ، $\overline{\text{جـ ب}}$ تقطعها فى أ ، ب

∴ (جـ ص)^2 = أ جـ × ب جـ .... (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أن (جـ س)^2 = (جـ ص)^2 ∴ جـ س = جـ ص

∵ $\overline{\text{س ص}}$ تمس الدائرة ن فى ص ، $\overline{\text{س ء}}$ تقطعها فى أ ، ء

∴ (س ص)^2 = س أ × س ء ∵ س ص = ٢ جـ س

∴ (٢جـ س)^2 = س أ × س ء

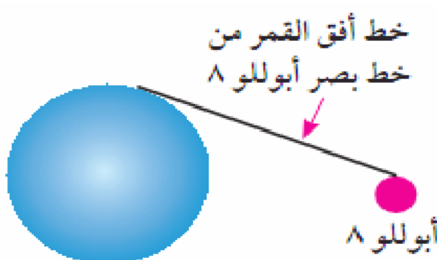
∴ ٤ (جـ س)^2 = س أ × س ء وبالتعويض من (١) عن (جـ س)^2

∴ ٤ جـ أ × جـ ب = س أ × س ء

مثال [١١] الربط بالفضاء

مركبة الفضاء أبوللو ٨ هى أول مركبة فضائية حملت إنسانا إلى مدار القمر . إذا علمت أن خط البصر من أبوللو ٨ إلى أفق القمر يكون خطا مماسا وحلقت المركبة فى مدار دائرى بمتوسط ارتفاع ١٨٠كم عن سطح القمر احسب المسافة من المركبة إلى أفق القمر علما بأن طول نصف قطر القمر ١٧٤٠ كم تقريبا .

يمكن وضع نموذج المسألة فى شكل دائرة مركزها م



حيث تمثل $\overline{\text{أ ب}}$ خط البصر أبوللو ٨ الى أفق القمر فيكون :

أ ب هو المسافة من المركبة الى أفق القمر

∴ أ جـ = ١٨٠سم

(متوسط ارتفاع المركبة عن سطح القمر)

جـ ء = ٢ × ١٧٤٠ = ٣٤٨٠ كم (طول قطر القمر)

أ ء = ٣٤٨٠ + ١٨٠ = ٣٦٦٠ كم

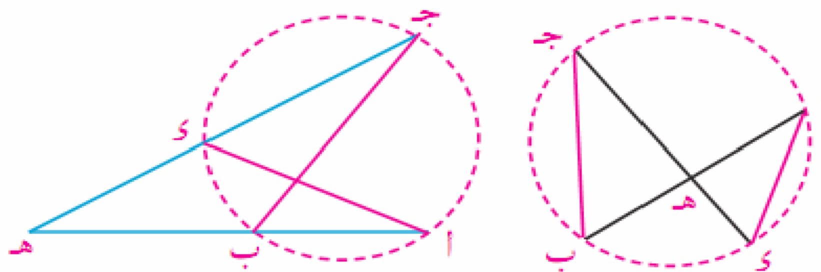
ويكون (أ ب)٢ = أ جـ × أ ء = ١٨٠ × ٣٦٦٠ = ٦٥٨٨٠٠

∴ أ ب ≃ ٨١٢ كم

∴ المسافة من المركبة إلى أفق القمر تساوى ٨١٢ كم تقريبا

عكس تمرين مشهور

إذا تقاطع المستقيمان الحاويان للقطعتين $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{جـ ء}}$ فى نقطة هـ (مختلفة عن أ ، ب ، جـ ، ء) وكان : هـ أ × هـ ب = هـ جـ × هـ ء فان النقط أ ، ب ، جـ ، ء تقع على دائرة واحدة .



لاحظ أن :

هـ أ × هـ ب = هـ جـ × هـ ء

يكون $\frac{\text{هـ أ}}{\text{هـ جـ}} = \frac{\text{هـ ء}}{\text{هـ ب}}$

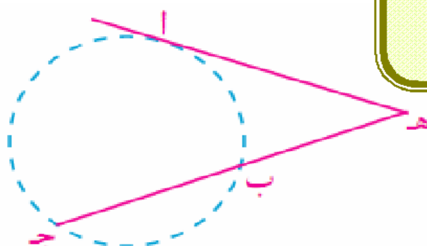
(١) هل △ هـ أ ء ∼ △ هـ جـ ب ؟ ولماذا ؟   (٢) هل ق (∠ أ) = ق (∠ جـ) ؟ ولماذا ؟

(٣) هل النقط أ ، ء ، ب ، جـ تقع على دائرة واحدة ؟ فسر إجابتك

نتيجة (٢)

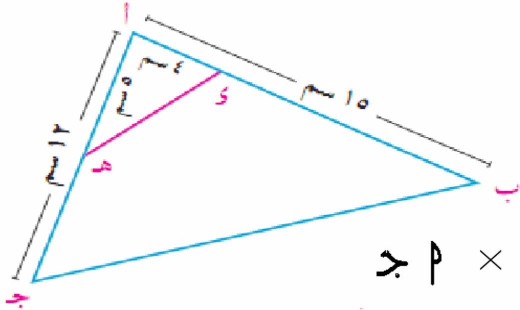
إذا كان : (هـ أ)٢ = هـ ب × هـ جـ

فان $\overline{\text{هـ أ}}$ تمس الدائرة المارة بالنقط أ ، ب ، جـ



مثال [١]

أ ب جـ مثلث فيه أ ب = ١٥سم ، أ جـ = ١٢سم ، ء ∈ $\overline{أ ب}$ حيث $\overline{أ ء}$ = ٤سم ، هـ ∈ $\overline{أ جـ}$ حيث أ جـ = ٥سم اثبت أن : الشكل ء ب جـ هـ رباعى دائرى .



∵ أ ء × أ ب = ٤ × ١٥ = ٦٠

∵ أ هـ × أ جـ = ٥ × ١٢ = ٦٠

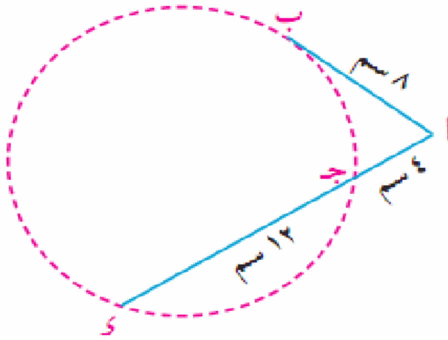
∴ أ ء × أ ب = أ هـ × أ جـ

∵ $\overleftrightarrow{ب ء}$ ∩ $\overleftrightarrow{جـ هـ}$ = { أ } ، أ ء × أ ب = أ هـ × أ جـ

∴ النقط ء ، ب ، جـ ، هـ تقع على دائرة واحدة ∴ الشكل ء ب جـ هـ رباعى دائرى

مثال [٢]

أ ب جـ مثلث فيه أ ب = ٨سم ، أ جـ = ٤سم ، ء ∈ $\overleftarrow{أ جـ}$ ، ء ∉ $\overline{أ جـ}$ حيث جـ ء = ١٢سم اثبت أن : $\overline{أ ب}$ تمس الدائرة المارة بالنقط ب ، جـ ، ء



∵ أ جـ × أ ء = ٤ (٤ + ١٢) = ٤ × ١٦ = ٦٤

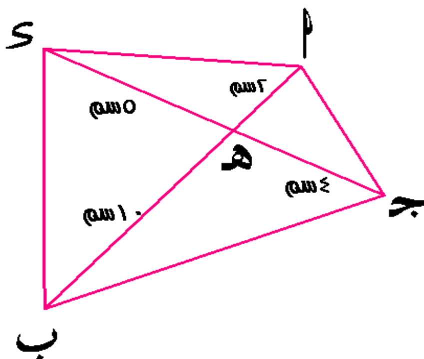
أ (أ ب)^٢ = ٨^٢ = ٦٤

∴ (أ ب)^٢ = أ جـ × أ ء

∴ $\overline{أ ب}$ تمس الدائرة المارة بالنقط ب ، جـ ، ء عند النقطة ب .

مثال [٣]

إذا كان $\overline{أ ب}$ ∩ $\overline{جـ ء}$ = { هـ } فإذا كان هـ أ = ٢سم ، هـ ب = ١٠سم هـ جـ = ٤سم ، هـ ء = ٥سم اثبت أن : أ ، ب ، جـ ، ء تقع على محيط دائرة واحدة



∵ هـ أ × هـ ب = ٢ × ١٠ = ٢٠سم

∵ هـ جـ × هـ ء = ٤ × ٥ = ٢٠ سم

∴ هـ أ × هـ ب = هـ جـ × هـ ء

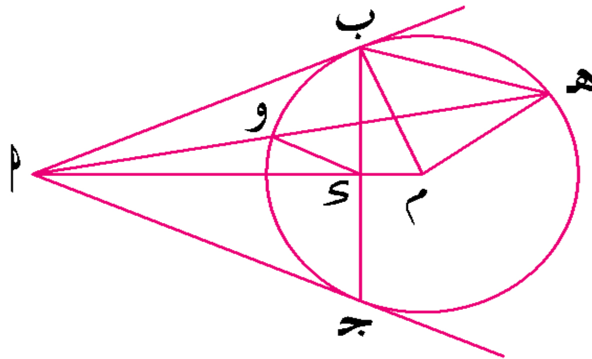
∴ أ ، ب ، جـ ، ء تقع على محيط دائرة واحدة

مثال [٤]

✴ م نقطة خارج دائرة م ، رسم من م قطعتان مماستان للدائرة تمساتها عند ب ، جـ ورسمت $\overline{مم}$ فقطعت $\overline{ب جـ}$ فى ء ورسمت $\overline{م هـ}$ قاطعة للدائرة فى و ، هـ اثبت أن : هـ م ء و رباعى دائرى

العمل نرسم $\overline{ب م}$

الحل



∵ $\overline{م ب}$ مماسة ، $\overline{م ب}$ نصف قطر

∴ $\overline{م ب} \perp \overline{م ب}$ ∴ ق($\angle$ م ب م) = ٩٠°

∵ $\overline{م م} \perp \overline{ب جـ}$ ∴ $\overline{ب ء} \perp \overline{م م}$

فى Δ م ب م القائم الزاوية فى ب

∴ (م ب)^2 = م ء × م م

∵ (م ب)^2 = م و × م هـ

∴ م ء × م م = م و × م هـ

∴ هـ م ء و رباعى دائرى

مثال [٥]

✴ دائرتان متقاطعتان فى م ، ب فإذا كانت جـ ∈ $\overleftarrow{م ب}$ ، جـ ∉ $\overline{م ب}$ ، رسمت قطعتان مستقيمتان $\overline{جـ هـ}$ ، $\overline{جـ ص}$ لتقطع الدائرة الأولى فى ء ، هـ ، الثانية فى س ، ص على الترتيب اثبت أن : ء هـ س ص رباعى دائرى

∵ $\overline{جـ هـ}$ ، $\overline{جـ ب}$ يقطعان الدائرة

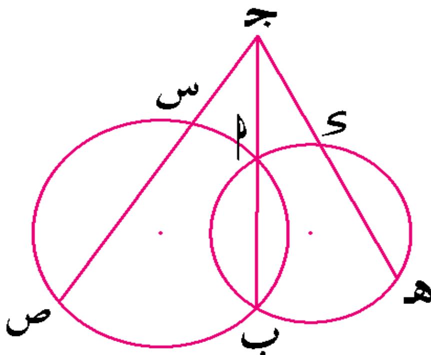
∴ جـ ء × جـ هـ = جـ م × جـ ب

∵ $\overline{جـ م}$ ، $\overline{جـ ص}$ يقطعان الدائرة

∴ جـ س × جـ ص = جـ م × جـ ب

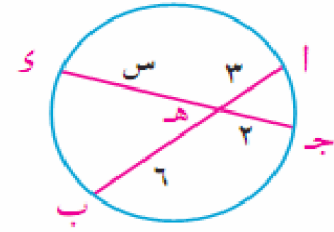
∴ جـ ء × جـ هـ = جـ س × جـ ص

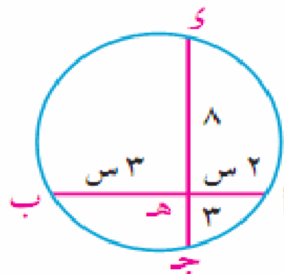
∴ ء هـ س ص رباعى دائرى

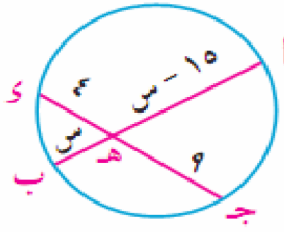


تمارين [U] على تطبيقات التشابه فى الدائرة

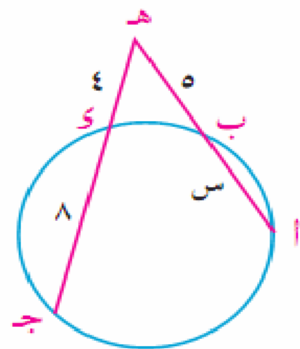
[١] أوجد قيمة س فى كل من الأشكال الآتية (الأطوال مقدرة بالسنتيمتر)

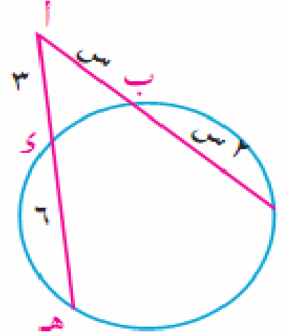
أ


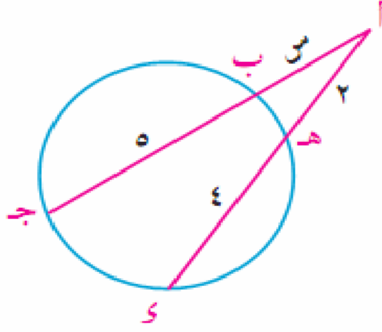
ب


ج


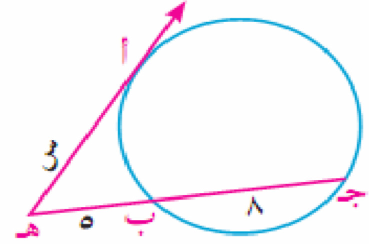
[٢] أوجد قيمة س فى كل من الأشكال التالية .

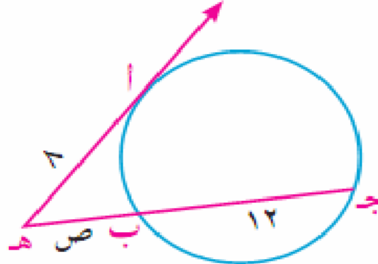
أ


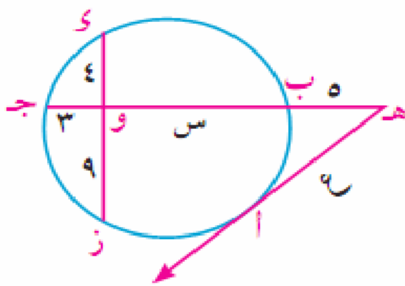
ب


ج


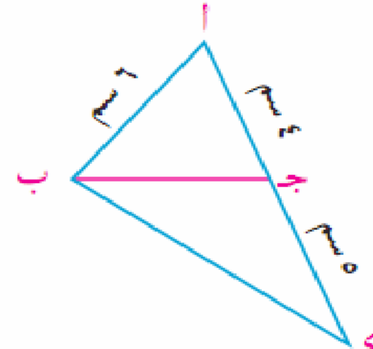
[٣] فى كل من الأشكال التالية $\overrightarrow{هـ م}$ مماس للدائرة . أوجد قيم س ، ص ، ع العددية (الأطوال مقدرة بالسنتيمترات)

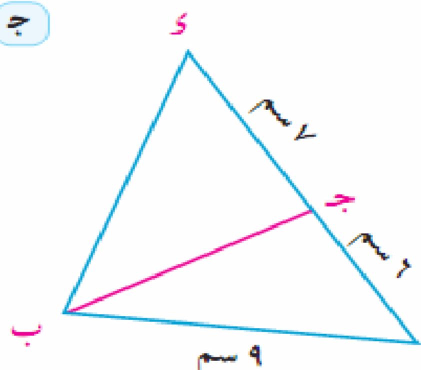
أ


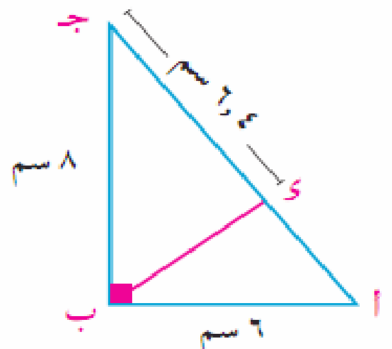
ب


ج


[٤] فى أى الأشكال التالية يكون $\overline{م ب}$ مماسا للدائرة المارة بالنقط ب ، ج ، ى

أ


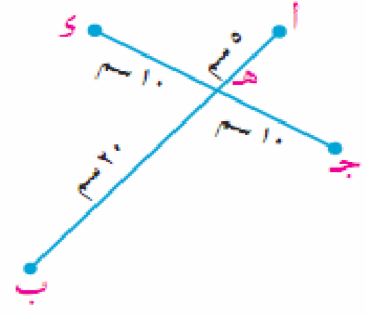
ب


ج




[٥] فى أى من الأشكال التالية تقع النقط أ ، ب ، جـ ، ء على استقامة واحدة ؟ فسر اجابتك.

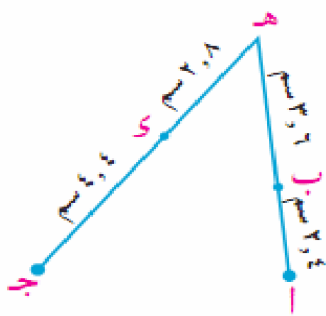
أ



ب

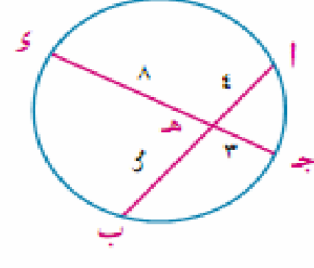


جـ

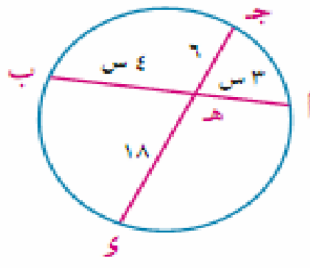


[٦] أوجد قيمة س العددية فى كل من الأشكال التالية . (الأطوال مقدرة بالسنتيمترات)

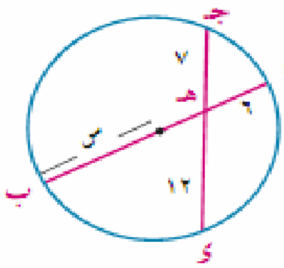
أ



ب



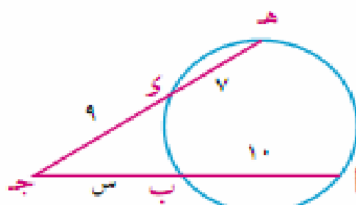
جـ



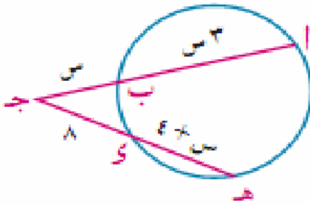
د



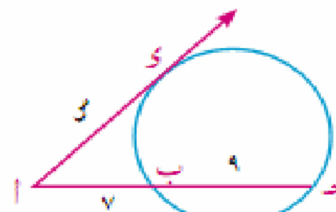
هـ



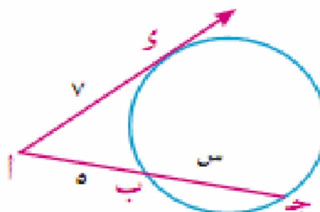
و



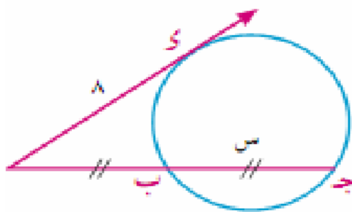
ز



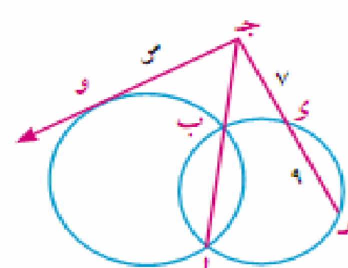
ح



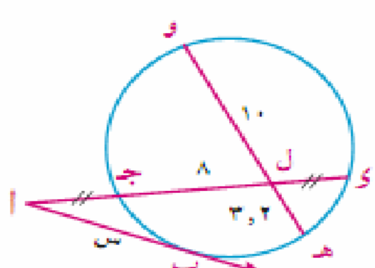
ط



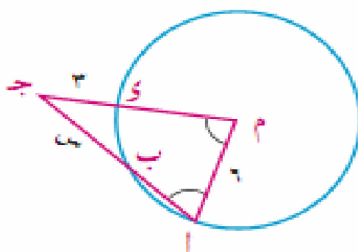
ى



ك



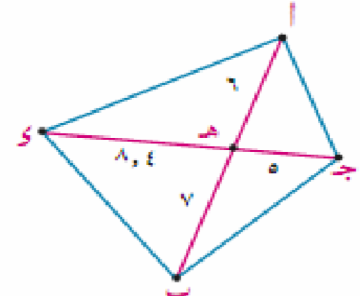
ل

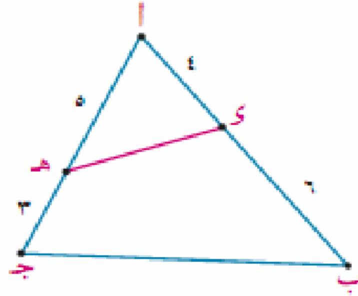


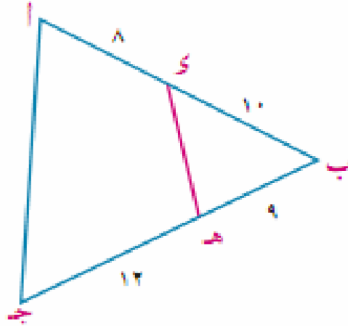
مع أرق تمنياتي بالنجاح والتفوق ... أ / وليد رشدي



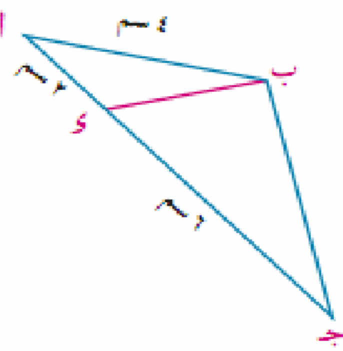
[٨] فى أى من الأشكال التالية تقع النقط أ ، ب ، جـ ، د على دائرة واحدة ؟ فسر إجابتك

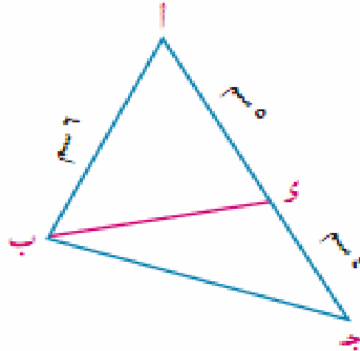


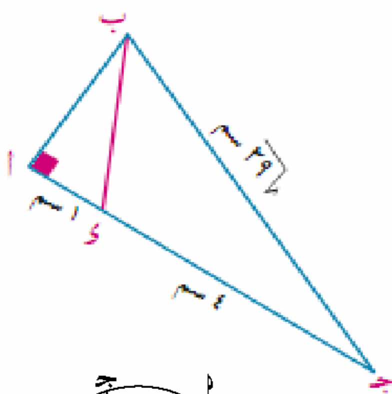




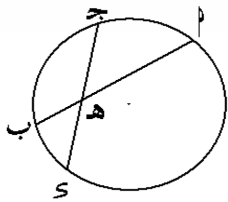
[٩] فى أى الأشكال التالية أ ب مماسا للدائرة المارة بالنقط ب ، جـ ، د



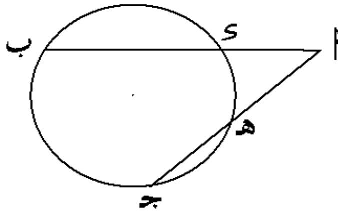




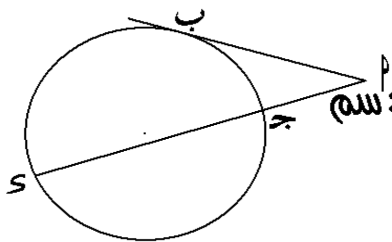
[١٠] ✱ $\overline{أب}$ ، $\overline{جـد}$ وتران فى دائرة متقاطعان فى هـ ، أ هـ = ٨سم ، هـ جـ = ٦سم ، هـ د = ٤سم . احسب طول $\overline{ب هـ}$



[١١] ✱ $\overline{أب}$ ، $\overline{جـد}$ قاطعتان للدائرة ، أ د = ٤سم ، د ب = ٨سم ، أ هـ = ٦سم أوجد طول $\overline{جـ هـ}$



[١٢] ✱ $\overline{أب}$ مماسة ، $\overline{أد}$ قاطعة للدائرة فى جـ ، د ، أ جـ = ٤سم ، جـ د = ١٢سم أوجد طول $\overline{أب}$



[١٣] ✱ م نقطة خارج دائرة ، $\overline{مأ}$ تقطع الدائرة فى ب ، أ ، $\overline{مجـ}$ تقطع الدائرة فى د ، جـ فإذا كان جـ د = ١٤سم ، م د = ٤سم ، كان أ ب = ب م احسب طول $\overline{أب}$ [٦سم]



[١٤] ✻ $\overline{\text{س ص}}$ قطر فى دائرة ، رسم الوتر $\overline{\text{ل ع}}$ ⊥ القطر $\overline{\text{س ص}}$ ليقطعه فى م
فإذا كان ع م = ٦سم ، س م = ٤سم ، أوجد طول نصف قطر الدائرة . [٦,٥سم]

[١٥] ✻ أ ب جـ ء شكل رباعى دائرى تقاطع قطراه فى م فإذا كان أ م = ٦سم ، م جـ = ٢سم
، ب ء = ٧سم ، أوجد طول $\overline{\text{ب م}}$ ، $\overline{\text{م ء}}$ [٤سم ، ٣سم]

[١٦] ✻ أ نقطة خارج دائرة مركزها م رسمت $\overline{\text{أ ب}}$ مماسة للدائرة عند ب ، رسمت $\overline{\text{أ ء}}$ قاطعة للدائرة
فى جـ ، ء ، فإذا كان أ ب = ١٥سم ، أ جـ = ٩سم ، م ∈ $\overline{\text{أ ء}}$ فاحسب طول نصف قطر الدائرة .

[١٧] ✻ أ نقطة خارج دائرة رسمت $\overline{\text{أ ب}}$ مماس للدائرة عند ب ، رسمت $\overline{\text{أ جـ}}$ قاطعة للدائرة
فى جـ ، ء ، فإذا كان أ ب = ٨سم ، جـ ء = ١٢سم فأوجد طول $\overline{\text{أ ء}}$

[١٨] ✻ $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{جـ ء}}$ وتران متقاطعان فى هـ داخل دائرة فإذا كان : أ هـ = ٩سم
، هـ ب = ١٨سم ، جـ ء = ٢٧سم فأوجد طول كل من $\overline{\text{جـ هـ}}$ ، $\overline{\text{هـ ء}}$

[١٩] ✻ أ نقطة خارج دائرة مركزها م ، رسمت $\overline{\text{أ ب}}$ لتمس الدائرة عند ب ، رسم $\overrightarrow{\text{أ م}}$ قاطعا
للدائرة فى جـ ، ء ، فإذا كان أ ب = ١٢سم ، أ جـ = ٩سم ، احسب طول نصف قطر الدائرة . [٣,٥سم]

[٢٠] ✻ $\overline{\text{أ ب}}$ وتر فى الدائرة ، جـ ∈ $\overrightarrow{\text{أ ب}}$ ، جـ ∉ $\overline{\text{أ ب}}$ بحيث أ ب = ٣ ب جـ ، $\overline{\text{جـ ء}}$ تمس
الدائرة عند ء ، اثبت أن : ٢ أ ب = ٣ جـ ء

[٢١] ✻ دائرتان م ، ن متقاطعتان فى أ ، ب حيث س ∈ $\overrightarrow{\text{ب أ}}$ ، س ∉ $\overline{\text{أ ب}}$ ثم رسمت
$\overline{\text{س جـ}}$ لتمس الدائرة الأولى فى جـ ، $\overline{\text{س ء}}$ لتمس الثانية فى ء اثبت أن : س جـ = س ء
و إذا كان أ س = ٤سم ن أ ب = ٥سم ، احسب طول $\overline{\text{س جـ}}$ [٦سم]



[٣٢] ✱ $\overline{جـ ء}$ وترفى دائرة مركزها م . رسم القطر $\overline{أ ب} \perp \overline{جـ ء}$ ويقطعه فى هـ فاذا كان ء = ٨سم ، أ هـ = ٢سم فأوجد طول كل من $\overline{أ ب}$ ، $\overline{م هـ}$.

[٣٣] ✱ $\overline{ب ء}$ ، $\overline{جـ هـ}$ ارتفاعان للمثلث أ ب جـ تقاطعا فى م اثبت أن : $\frac{أ هـ \times أ ب}{جـ م \times جـ هـ} = \frac{أ ء}{جـ ء}$

[٣٤] ✱ دائرتان متقاطعتان فى أ ، ب ، جـ خارج الدائرتين حيث جـ $\in \overleftarrow{أ ب}$ ، رسم $\overline{جـ ء}$ مماسة للدائرة الأولى ، $\overline{جـ هـ}$ مماسة للثانية اثبت أن : جـ ء = جـ هـ

[٣٥] ✱ $\overline{أ ء} \cap \overline{ب هـ} = \{ جـ \}$ فاذا كانت جـ ء = $\frac{٣}{٨}$ أ جـ ، هـ جـ = $\frac{٢}{٣}$ ب جـ ، اثبت أن : النقط أ ، ب ، ء ، هـ تنتمى إلى دائرة واحدة وإذا علم أن : أ جـ = ٨سم ، ب جـ = ٦سم .

[٣٦] ✱ أ ب جـ $\triangle$ فيه أ ب = ٨سم ، أ جـ = ٤سم ، ء $\in \overleftarrow{أ جـ}$ ، ء $\in \overline{أ جـ}$ بحيث جـ ء = ١٢سم اثبت أن : $\overline{أ ب}$ تمس الدائرة المارة بالنقط ب ، جـ ، ء

[٣٧] ✱ دائرتان متحدتى المركز ، وطول نصف قطر الكبرى = ٩سم ، الصغرى = ٥سم ، رسم الوتر $\overline{أ ء}$ فى الدائرة الكبرى ليقطع الصغرى فى ب ، جـ على الترتيب .
اثبت أن باستخدام قطر الكبرى المار بنقطة ب أن : أ ب × ب ء = ٥٦

[٣٨] ✱ أ ب جـ $\triangle$ فيه $\overleftarrow{ب ء} \perp \overline{أ جـ}$ يقطعه فى ء ، جـ هـ $\perp \overline{أ ب}$ يقطعه فى هـ فإذا كان $\overline{ب ء} \cap \overline{جـ هـ} = \{ م \}$ اثبت أن : أ هـ × أ ب : جـ م × جـ هـ = أ ء : جـ ء

[٣٩] ✱ $\overline{أ ب}$ قطر فى دائرة رسم الوتر $\overline{جـ ء} \perp \overline{أ ب}$ ويقطعه فى م ثم رسم الوتر هـ و يقطع $\overline{جـ ء}$ فى ن اثبت أن ❶ $(م جـ)^٢ - (م ن)^٢ =$ هـ ن × ن و
❷ أ م × م ب = $(م ن)^٢ +$ هـ ن × ن و



[٣٠] ✷ $\overline{أب}$ وتر فى دائرة ، جـ ∈ $\overset{\frown}{أب}$ الأصغر رسم $\overleftarrow{جـ أ}$ ، $\overleftarrow{جـ ب}$ فقطعا المماس المرسوم للدائرة من نقطة ء موازيا $\overline{أب}$ فى النقطتين هـ ، و على الترتيب اثبت أن : $\frac{هـ ء}{ء و} = \frac{أ هـ}{و ب}$

[٣١] ✷ ء نقطة خارج دائرة رسم $\overline{ء ب}$ مماسة للدائرة فى ب ، رسم $\overline{ء أ}$ قاطعة للدائرة فى أ ، جـ ثم رسم القطر $\overline{أ هـ}$ ، رسم $\overline{هـ جـ}$ ، $\overline{هـ ء}$ اثبت أن : $(أ ء)^2 + (ء هـ)^2 = (أ هـ)^2 + ٢ (ب ء)^2$

[٣٢] ✷ $\overline{أ ب}$ ، $\overline{جـ ء}$ وتران غير متقاطعين فى دائرة مركزها م ، ل ، ن نقطتان خارج الدائرة حيث ل ∈ $\overleftarrow{أ ب}$ ، ن ∈ $\overleftarrow{جـ ء}$ ، ل ب × ل أ = ن ء × ن جـ اثبت أن : م ل = م ن

[٣٣] ✷ أ ب جـ △ مرسوم داخل دائرة ، $\overleftarrow{أ ء}$ ينصف ∠ أ ويقطع $\overline{ب جـ}$ فى ء

اثبت أن : أ ب × أ جـ = ب ء × ء جـ + $(أ ء)^2$

[٣٤] ✷ أ نقطة خارج دائرة مركزها م ، $\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ جـ}$ تمسان الدائرة فى ب ، جـ حيث $\overline{م أ} \cap \overline{ب جـ} = \{ء\}$ ، ثم رسم الوتر $\overline{س ص}$ مارا بالنقطة ء اثبت أن : ء س × ء ص = ء م × ء أ

[٣٥] ✷ دائرتان متماستان من الخارج عند ب ، رسم المماس المشترك لهما $\overleftrightarrow{أ ب}$ ثم رسمت $\overline{أ ء}$ لتقطع الدائرة الأولى فى جـ ، ء ، رسمت $\overline{أ هـ}$ لتقطع الثانية فى ل ، هـ .

اثبت أن النقط جـ ، ء ، هـ ، ل تنتمى لدائرة واحدة .

[٣٦] 📖 دائرتان متقاطعتان فى أ ، ب ، جـ ∈ $\overleftrightarrow{أ ب}$ ، جـ ∉ $\overline{أ ب}$ ، رسم من جـ القطعتان $\overline{جـ س}$ ، جـ ص مماستان للدائرتين عند س ، ص اثبت أن : جـ س = جـ ص

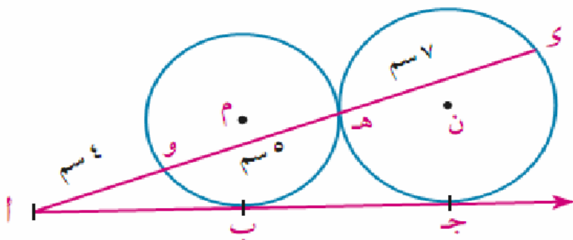
[٣٧] 📖 الدائرتان م ، ن متماستان عند هـ

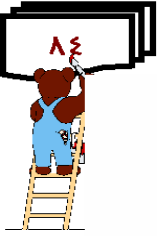
، $\overleftarrow{أ جـ}$ يمس الدائرة م عند ب ، و يمس الدائرة ن عند جـ

، $\overleftarrow{أ هـ}$ يقطع الدائرتين عند و ، ء على الترتيب

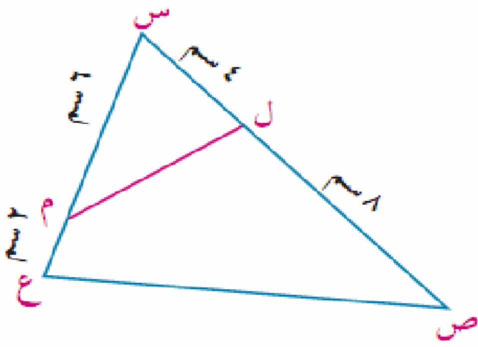
حيث أ و = ٤سم ، و هـ = ٥سم ، هـ ء = ٧سم .

اثبت أن : ب منتصف $\overline{أ جـ}$





[٣٨] في الشكل المقابل :



ل ∈ $\overline{\text{س ص}}$ حيث س ل = ٤سم ، ص ل = ٨سم

، م ∈ $\overline{\text{س ع}}$ حيث س م = ٦سم ، ع م = ٢سم

اثبت أن : ① △ س ل م ~ △ س ع ص

② الشكل ل ص ع م رباعى دائرى .

[٣٩] دائرتان متقاطعتان فى ق ، ط حيث هـ ∈ $\overline{\text{ق ط}}$ ، $\overline{\text{أ ب}}$ وتر فى الدائرة الأولى مار بالنقطة هـ، حيث $\overline{\text{جـ ء}}$ وتر فى الدائرة الثانية مارا بالنقطة هـ أيضا . اثبت أن : أ جـ ب ء رباعى دائرى

[٤٠] أ ب جـ △ ، ء منتصف $\overline{\text{ب جـ}}$ ، ل ∈ $\overline{\text{ب جـ}}$ ، رسمت دائرة تمر بالنقط أ ، ء ، ل لتقطع $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ فى س ، $\overleftrightarrow{\text{أ جـ}}$ فى ص اثبت أن : ب س × أ ب + ص جـ × أ جـ = $\frac{١}{٢}$ (ب جـ)^{٢}

[٤١] أ ب قطر فى دائرة م ، جـ ∈ $\overrightarrow{\text{أ ب}}$ ، جـ ∉ $\overline{\text{أ ب}}$ ، حيث $\overline{\text{جـ ء}}$ تمس الدائرة عند ء ، رسم $\overleftarrow{\text{ء هـ}}$ ⊥ $\overline{\text{أ ب}}$ ليقطعه فى هـ اثبت أن : (هـ جـ)^{٢} = أ جـ × جـ ب – أ هـ × هـ ب.

[٤٢] س نقطة خارج دائرة ، رسمت $\overline{\text{س ب}}$ لتقطع الدائرة فى أ ، ب ، $\overline{\text{س ء}}$ لتقطع الدائرة فى ء ، جـ فإذا كانت هـ ∈ $\overleftarrow{\text{س ب}}$ بحيث س هـ س جـ ، و ∈ $\overleftarrow{\text{س جـ}}$ بحيث س و = أ س اثبت أن : $\overline{\text{هـ و}}$ // $\overline{\text{ب ء}}$.

[٤٣] $\overline{\text{أ ب}}$ ∩ $\overline{\text{جـ ء}}$ = { هـ } ، أ هـ = $\frac{٥}{١٢}$ ب هـ ، ء هـ = $\frac{٣}{٥}$ هـ جـ ، إذا كان ب هـ = ٦سم ، جـ هـ = ٥سم . اثبت أن : النقط أ ، ب ، جـ ، ء تقع على دائرة واحدة

[٤٤] $\overline{\text{أ ب}}$ وتر فى دائرة ، جـ ، ء ∈ لهذه الدائرة وتقعان فى جهتين مختلفتين من $\overline{\text{أ ب}}$ والمماس للدائرة عند جـ // $\overline{\text{أ ب}}$ ويقطع $\overleftarrow{\text{ء أ}}$ ، $\overleftarrow{\text{ء ب}}$ فى هـ ، و على الترتيب

، اثبت أن : جـ هـ : جـ و = هـ ء : ء و



[٤٥] دائرتان م ، ن متماستان من الخارج فى أ ، رسم مماس مشترك $\overleftrightarrow{بجـ}$ ليمس الدائرة الأولى فى ب والثانية فى جـ فإذا كان المماس المشترك لهما عند أ يقطع $\overline{بجـ}$ فى هـ ورسم جـ أ ليقطع الدائرة م فى ل ، كان أ جـ = ٣,٦سم ، أ ل = ٦,٤سم ، اثبت أن : $\overline{أب}$ ⊥ أ جـ ثم احسب طول كل من $\overline{أب}$ وطول قطر الدائرة م [٤,٨سم ، ٨سم]

[٤٦] أ ب جـ △ ، ء ∈ $\overline{بجـ}$ بحيث أ ء وسط متناسب بين ب ء ، ء جـ ، هـ ∈ $\overleftarrow{أء}$ بحيث أ ء = ء هـ ❶ اثبت أن : الشكل أ ب هـ جـ رباعى دائرى
❷ وإذا كان $\overleftarrow{أء}$ ينصف ∠ ب أ جـ اثبت أن : (هـ جـ)^2 = ٢ (هـ ء)^2

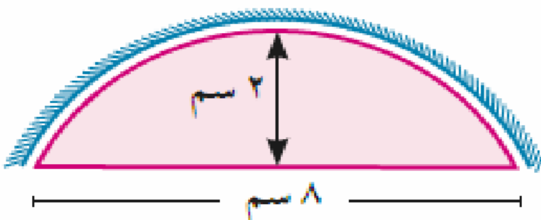
[٤٧] أ ب جـ △ ، ء ∈ $\overline{بجـ}$ حيث ب ء = ٥سم ، ء جـ = ٤سم ، إذا كان أ جـ = ٦سم اثبت أن : ① $\overline{أجـ}$ مماسة للدائرة التى تمر بالنقط أ ، ب ، ء .
② △ أ جـ ء ∼ △ ب جـ أ ③ م (△ أ ب ء) : م (△ أ ب جـ) = ٥ : ٩

[٤٨] دائرتان متحدتا المركز م ، طولا نصفى قطريهما ١٢سم ، ٧سم ، رسم الوتر $\overline{أء}$ فى الدائرة الكبرى ليقطع الدائرة الصغرى فى ب ، جـ على الترتيب . اثبت أن : أ ب × ب ء = ٩٥

[٤٩] أ ب جـ ء مستطيل فيه أ ب = ٦سم ، ب جـ = ٨سم ، رسم $\overleftarrow{بهـ}$ ⊥ $\overline{أجـ}$ فقطع $\overline{أجـ}$ فى هـ ، $\overline{أء}$ فى و . ① اثبت أن : (أ ب)^2 = أ و × أ ء ② أوجد طول $\overline{أو}$

[٥٠] **الربط مع الصناعة**

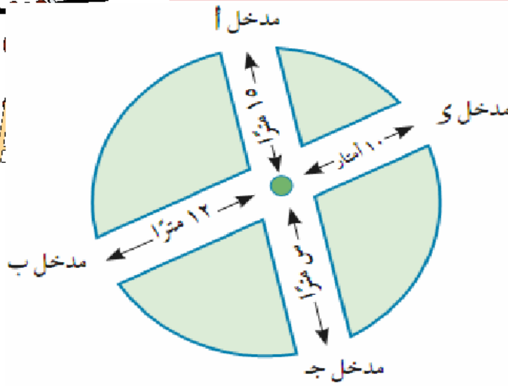
كسر أحد التروس لآلة ولاستبداله مطلوب معرفة طول نصف قطر دائرته .
يبين الشكل المقابل جزءا من هذا الترس
والمطلوب تعيين طول نصف قطر دائرته .



[٥١] الربط مع البيئة

يبين الشكل المقابل مخططا لحديقة على شكل دائرة بها طريقان يتقاطعان عند نافورة المياه .

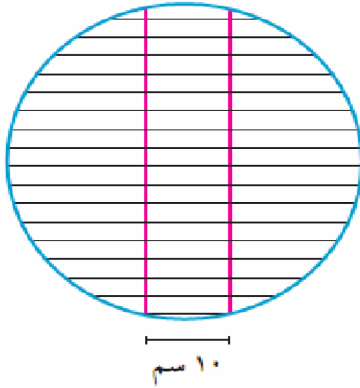
أوجد بعد نافورة المياه عند المدخل جـ



[٥٢] الربط مع المنزل :

تستخدم هدى شبكة لشى اللحوم على شكل دائرة من السلك ، وطول قطرها ٥٠ سم ، ويدعمها من الوسط سلكان متوازيان ومتساويان فى الطول والبعد بينهما ١٠ سم

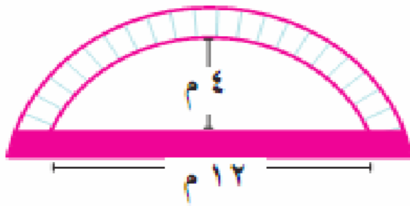
احسب طول كل من سلكى الدعامة .



[٥٣] الربط مع هندسة الطرق :

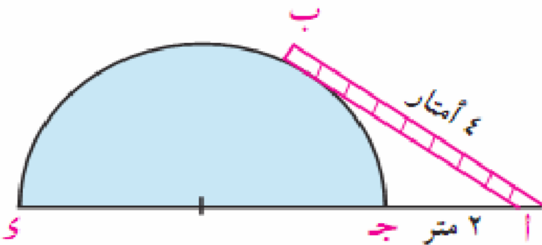
يتم شق الأنفاق الدائرية لتسهيل حركة المركبات وتجنب اختناقات المرور :

ما طول نصف قطر دائرة النفق الموضح بالشكل المقابل إذا كان ارتفاع القوس فوق منتصف النفق يساوى ٤ أمتارا .



[٥٤] الربط بالصناعة :

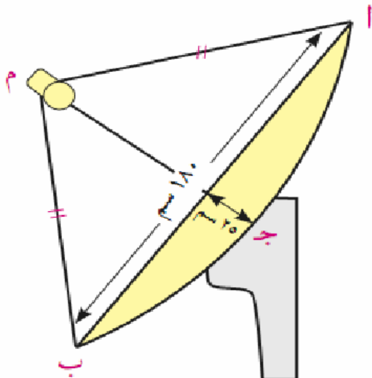
يرتكز سلم طوله ٤ أمتار على أرضية أفقية خشنة ، وبطرفه الآخر على خزان على هيئة نصف كرة ، كما بالشكل المقابل إذا كان بعد نهاية السلم السفلى عن قاعدة الخزان ٢ متر ، فأوجد طول نصف قطر كرة الخزان .



[٥٦] الربط مع الاتصال :

يبين الشكل المقابل مقطعا من احد أطباق استقبال إشارة البث التليفزيون طول قطره ١٨٠ سم

والمطلوب حساب طول نصف قطر كرة تقعره م أ .



حمل الآن

مجانا وحصريا

اختبارات

اختبار شهر نوفمبر





إدارة .... التعليمية توجيه الرياضيات	نموذج ((أ))	اختبار شهر نوفمبر ٢٠٢٤ م الصف الأول الثانوي	نموذج ((أ))	المادة : الرياضيات الزمن : ٥٠ دقيقة

الاسم / .... الفصل / ....

السؤال الأول اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة فيما يلي :-

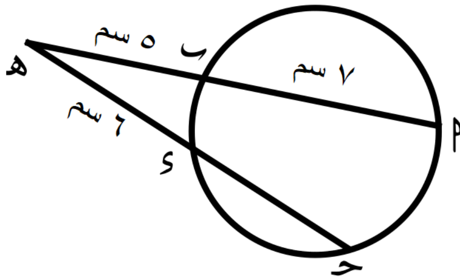
❶ إذا كان ل، م هما جذرا المعادلة : س ^{٢} − ٥س + ٧ = ٠ فإن : ل(م + ١) + م = ...

(أ) ٢ (ب) ٢٠ (ج) ١٢ (د) ٧

❷ القيمة الصغرى للدالة د : د(θ) = ٤جتا ٣θ هي ....

(أ) ٤ (ب) صفر (ج) −٤ (د) −٧

❸ في الشكل المقابل :



أب = ٧سم ، ب هـ = ٥سم ، ءهـ = ٦سم

فإن طول $\overline{\text{جـء}}$ = ... سم

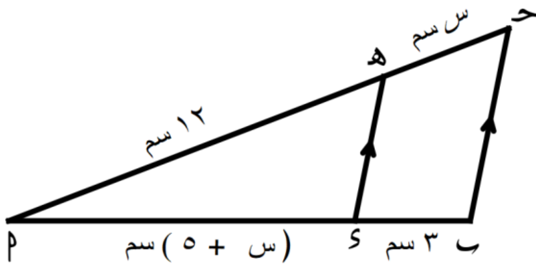
(أ) ٦ (ب) ٥ (ج) ٤ (د) ٣

❹ في المعادلة التربيعية : ب س ^{٢} + جـ س + أ = ٠ إذا كان مجموع جذريها يساوي حاصل ضربهما

فإن : جـ = ...

(أ) ب (ب) أ (ج) − ب (د) −١

❺ في الشكل المقابل :

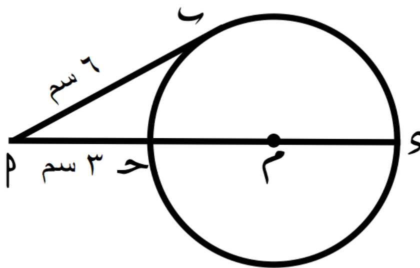


إذا كان : $\overline{\text{ءهـ}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$

فإن : س = ... سم

(أ) ٦ (ب) ٥ (ج) ٤ (د) ٣

❻ في الشكل المقابل :



$\overline{\text{أب}}$ قطعة مماسة للدائرة م

فإن محيط الدائرة م = ... سم

(أ) ٦π (ب) ٩π (ج) ١٢π (د) ١٥π

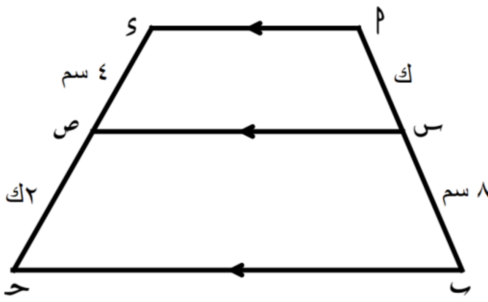
❼ الدالة : د(س) = ٦ − ٢س تكون غير موجبة عندما ....

(أ) س < ٣ (ب) س ⩾ ٣ (ج) س > ٣ (د) س ⩽ ٣

❽ جا(١٨٠° − θ) + جتا(−٦٠°) + جتا(٩٠° + θ) + جا(−١٥٠°) = هي ....

(أ) ١ (ب) صفر (ج) −١ (د) ٢جاθ

❾ في الشكل المقابل :



ك= .... سم

(أ) ١٦ (ب) $\frac{٣}{٨}$ (حـ) ٤ (ء) ٣٢

---

❿ إذا كان أحد جذري المعادلة : (ك – ٣) س^{٢} – ٥س + ٢ك = ٨ معكوس ضربي للجذر الآخر

فإن : ك= ....

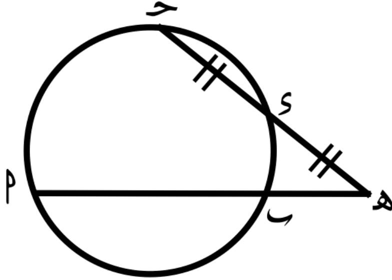
(أ) ٥ (ب) ٣ (حـ) –٥ (ء) –٣

⓫ إذا كان طولا ضلعين متناظرين في مضلعين متشابهين هما **١٢سم ، ١٦سم**

وكانت مساحة المضلع الأصغر = ١٣٥سم^{٢} فإن مساحة المضلع الأكبر = ...سم^{٢}

(أ) ٢٤ (ب) ١٨٠ (حـ) ٢٤٠ (ء) ٢٠٠

⓬ في الشكل المقابل :



هـء = ءجـ ،

هـب = ٢سم ، اب = ٧سم

فإن طول **هـجـ** = ... سم

(أ) ٦ (ب) ٤ (حـ) ٥ (ء) ٣

المادة : الرياضيات	نموذج	اختبار شهر نوفمبر ٢٠٢٤ م	نموذج	إدارة .... التعليمية
الزمن : ٥٠ دقيقة	((أ))	الصف الأول الثانوي	((أ))	توجـيه الرياضـــيات

الاسم / .... الفصل / ....

السؤال الثاني اجب عما يلي :-

(أ) إذا كان ل، م هما جذرا المعادلة : $٢س^٢ - ٥س + ١ = ٠$ كون المعادلة التربيعية التي جذراها $٢ل^٢$ ، $٢م^٢$

الحل

....

....

....

....

....

....

....

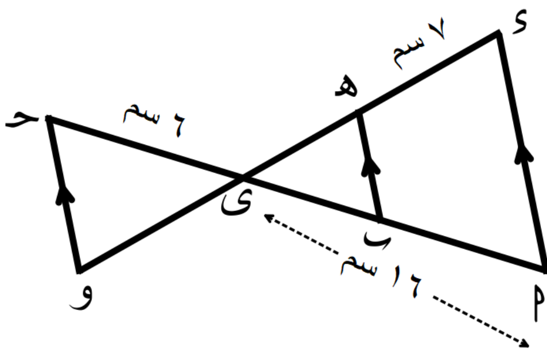
....

(ب) في الشكل المقابل :

$\overline{أ د} \parallel \overline{ب هـ} \parallel \overline{و جـ}$ ،

$\overline{أ جـ} \cap \overline{د و} = \{ي\}$

أوجد طول كل من : $\overline{ي و}$ ، $\overline{ي ب}$



الحل

....

....

....

....

....

....

....

....

السؤال ١

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه فيما يلي:- (١٠ درجات)

الدرجة ٢٠

١ جذرا المعادلة: $س(س - ٢) = ٥$ **يكونان** ....

أ مركبان غير حقيقيان	ب حقيقيان متساويان	حـ حقيقيان مختلفان	ء ٢ ، صفر

٢ إذا كان: ل ، م هما جذرا المعادلة: $س^٢ + س + ١ = ٠$ **فإن:** ل م − ل − م = ...

أ صفر	ب ١	حـ −١	ء ٢

٣ إذا كان أحد جذري المعادلة: $س^٢ - ٣س + حـ = ٠$ **ضعف الجذر الآخر فإن:** حـ = ...

أ −٤	ب −٢	حـ ٢	ء ٤

٤ المعادلة التي جذراها: $\frac{٣}{٢}ت$ ، $\frac{٣}{٢}ت^٣$ **هي**.................

أ $٤س^٢ - ٩ = ٠$	ب $٤س^٢ + ٩ = ٠$	حـ $٩س^٢ - ٤ = ٠$	ء $٩س^٢ + ٤س = ٠$

٥ إذا كان: جتا θ < ٠ ، جا θ > ٠ **فإن:** θ **تقع في الربع** ....

أ الاول	ب الثاني	حـ الثالث	ء الرابع

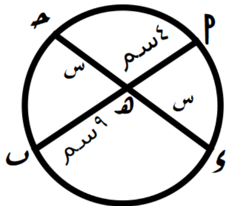
٦ ا ب حـ ء **شكل رباعي دائري ،** ق(∠ا) = ٦٠° **فإن:** ق(∠حـ) = ...

أ $\frac{\pi}{٣}$	ب $\frac{\pi}{٦}$	حـ $\frac{٢\pi}{٣}$	ء $\frac{٥\pi}{٦}$

٧ مربعان النسبة بين طولي ضلعيهما ٣ : ٤ وكانت مساحة أكبرهما ٤٨ سم² فإن مساحة أصغرهما .... سم²

أ ١٦	ب ١٢	حـ ٢٠	ء ٢٧

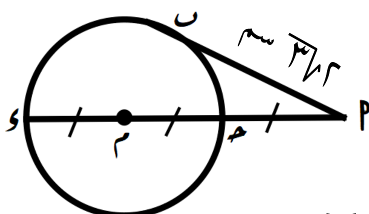
٨ في الشكل المقابل:



س = ...سم

أ ٦	ب −٦	حـ ±٦	ء ٣٦

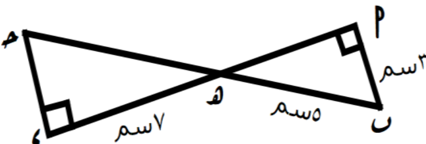
٩ في الشكل المقابل:



طول نصف قطر الدائرة م = ...سم

أ ٢	ب ٣	حـ ٤	ء ٥

١٠ في الشكل المقابل:



$\frac{م(\triangle ا ب هـ)}{م(\triangle ء حـ هـ)} \times \frac{ق(\angle ا ب هـ)}{ق(\angle ء حـ هـ)} =$ ....

أ $\frac{٩}{٤٩}$	ب $\frac{٢٥}{٤٩}$	حـ $\frac{٩}{٢٥}$	ء $\frac{١٦}{٤٩}$

السؤال ٢

اجب عما يلي:-

١ أوجد قيمة : ٣جا٣٠° جا٢٦٠° − جتا٠° قا٦٠° + جا٢٧٠° جتا٢٤٥°

٢ درجه

الحل

....

....

....

....

....

٢ إذا كان: (١ + ت) **أحد جذري المعادلة:** س٢ − ٢س + أ = صفر **أوجد الجذر الآخر**

ثم أوجد قيمة: أ حيث أ ∈ ع

٣ درجه

الحل

....

....

....

....

....

....

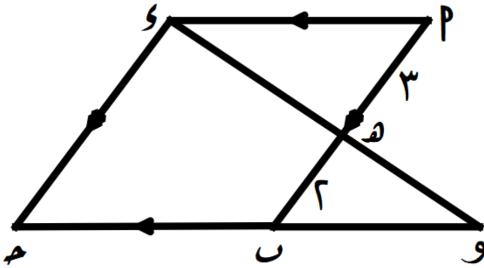
٣ في الشكل المقابل:

٥ درجه

أبجء **متوازي أضلاع ،** هـ ∈ أب ، ءهـ ∩ جب = {و}

١ أثبت أن: △ ءجو ∼ △ هـأء

٢ أوجد: م(△ ءجو) / م(△ هـأء)



البرهان

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

مدرسة جاسم خالد المرزوق الثانوية بنات	امتحان شهر نوفمبر ٢٠٢٣	مادة / الرياضيات
الاسم/..	نموذج ٢	الفصل/..................

السؤال ١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه فيما يلي:- (١٠ درجات)

الدرجة ٢٠

❶ إذا كان مجموع جذري المعادلة التربيعية : $٣س^٢ + ب س + ١٤ = ٠$ هو $\frac{-٧}{٣}$ فإن: ب = ...

أ) −٧	ب) ٧	جـ) $\frac{١٤}{٣}$	د) −١٤

❷ إذا كان: ل ، م هما جذرا المعادلة: $٢س^٢ + ٣س - ١ = ٠$ فإن: $٤ل^٢ + ٦ل =$ ....

أ) صفر	ب) ١	جـ) ٢	د) ٣

❸ إذا كان جذري المعادلة التربيعية: $ك س^٢ - ٢ك س + ٣ = ٠$ حقيقين متساوين فإن: ك = ...

أ) صفر أ، ٣	ب) ±١	جـ) صفر فقط	د) ٣ فقط

❹ المعادلة التي جذراها: ١ − ٥ت ، ١ + ٥ت هي ....

أ) $س^٢ - ٢س + ٢٦ = ٠$	ب) $س^٢ + ٢س - ٢٦ = ٠$	جـ) $س^٢ - ٢س - ٢٦ = ٠$	د) $س^٢ + ٢س + ٢٦ = ٠$

❺ إذا كان: جتا $\theta = ٠$ ، جا $\theta = -١$ فإن: θ ....

أ) $\frac{\pi}{٢}$	ب) π	جـ) $\frac{٣\pi}{٢}$	د) ٢π

❻ مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي بالتقدير الدائري يساوي ....

أ) ٢π	ب) π	جـ) $\frac{٣\pi}{٢}$	د) ٣π

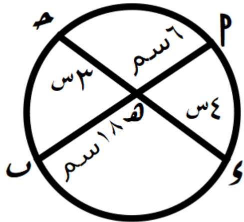
❼ مثلثان متشابهان النسبة بين طولي ضلعين متناظرين فيهما ٢ : ٥ وكانت مساحة الاول ١٦سم^٢

فإن مساحة الثاني.........سم^٢

أ) ٤٠	ب) ٨٠	جـ) ١٠٠	د) ١٢٠

❽ في الشكل المقابل:

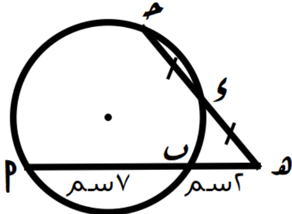
س = ...سم



أ) ٣	ب) −٣	جـ) ±٣	د) ١٢

❾ في الشكل المقابل:

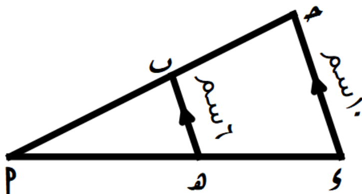
هـ جـ = ...سم



أ) ٦	ب) ٣	جـ) ٤	د) ٥

❿ في الشكل المقابل:

$\frac{م(\triangle أ ب هـ)}{\text{مساحة شبه المنحرف (ب جـ د هـ)}} =$ ....



أ) $\frac{٢٥}{٨١}$	ب) $\frac{٣}{٥}$	جـ) $\frac{٩}{١٦}$	د) $\frac{٩}{٢٥}$

السؤال ٢

اجب عما يلي:-

❶ **أوجد قيمة س إذا كان :** س جا^{٢} $\frac{\pi}{٤}$ جتا π = ظا^{٢} $\frac{\pi}{٣}$ جا $\frac{٣\pi}{٢}$

الحل

....

٢ درجه

....

....

....

❷ **إذا كان:** ل ، م **هما جذرا المعادلة:** س^{٢} – ٢ س – ٤ = ٠ **كون المعادلة التربيعية التي جذراها** $\frac{١}{ل^{٢}}$ ، $\frac{١}{م^{٢}}$

الحل

....

٣ درجه

....

....

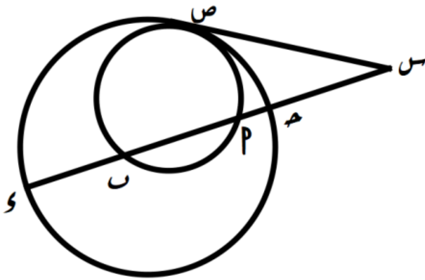
....

٥ درجه

❸ **في الشكل المقابل:**

دائرتان متماستان من الداخل في النقطة ص ، $\overleftrightarrow{صس}$ **مماس مشترك للدائرتين**

أثبت أن: $\frac{سحـ}{سب} = \frac{سأ}{سء}$



البرهان

....

....

....

....

....

....

....

....

....

♣ الرياضيـــــــات ♣	الأول الثانوي	إمتحان شهر نوفمبر٢٠٢٢م

زمن الإمتحان ٩٠ دقيقة

((مدرسة..))

الإســـم / ....

الفصل / ....

الدرجة / ٢٠

السؤال الاول:- إختر الإجابة الصحيحة فما يلي: -

❶ جذرا المعادلة $س^٢ - ١٠ س + ٢٥ = ٠$ يكونان .... ❶

(أ) حقيقيان مختلفان (ب) مركبان ومترافقان (ج) حقيقيان متساويان (د) مركبان وغير مترافقان

❷ إذا كان ل،م هما جذرا المعادلة $\frac{١}{٣} س^٢ - ٤ س - ٢ = ٠$ فإن ل + م = ... ❶

(أ) ٦ (ب) -٦ (ج) ١٢ (د) -١٢

❸ إذا كان أحد جذري المعادلة $س^٢ - ٣ س + ج = ٠$ ضعف الاخر فإن ج = ... ❶

(أ) ٢ (ب) -٢ (ج) -٤ (د) ٤

❹ يكون جذرا المعادلة $س^٢ - ٢ س + م = ٠$ حقيقين مختلفين إذا كانت .... ❶

(أ) م=١ (ب) م < ١ (ج) م > ١ (د) م = ٤

❺ الزاوية التي قياسها ٣,٣٦ ء تقع في الربع .... ❶

(أ) الاول (ب) الثاني (ج) الثالث (د) الرابع

❻ إذا كان جاθ =-١ ، جتاθ= صفر فإن θ=...............° ❶

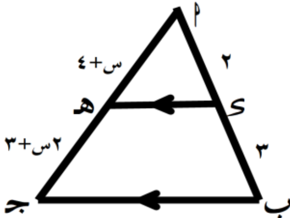
(أ) ٩٠° (ب) ١٨٠° (ج) ٢٧٠° (د) ٣٦٠°

❼ إذا كان (△أ ب ج) ~ (△س ص ع) وكان ٣ س ص = ٢ أ ب فإن ❶

م(△أ ب ج) : م (△س ص ع) = ...

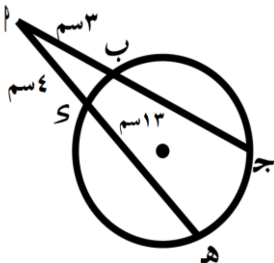
(أ) $\frac{٣}{٢}$ (ب) $\frac{٢}{٣}$ (ج) $\frac{٤}{٩}$ (د) $\frac{٩}{٤}$

❽ في الشكل المقابل $\overline{ءهـ}$ // $\overline{بج}$ فإن س = ...سم ❶



(أ) ٢ (ب) ٤ (ج) ٦ (د) ٨

❾ في الشكل المقابل طول $\overline{ءهـ}$ = ... سم ❶



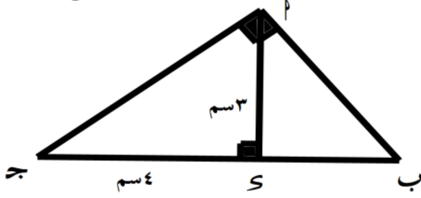
(أ) ٦ (ب) ٧ (ج) ٨ (د) ١٠

مستر/ علي محمود حسان ٠١٠٦٠٠٢٢٧٨٩

❿ إذا تقاطع المستقيمان الحاويان للوترين $\overline{ءهـ}$ ، $\overline{سص}$ في نقطة ن فإن ن ء × ن هـ =............ ❶

(أ) ءس × ءص (ب) ن س × ن ص (جـ) هـ س × هـ ص (د) س ص × هـ ء

⓫ في الشكل المقابل م(∆أ ء هـ) : م(∆ ب جـ أ)= .... ❶



(أ) ٣ : ٤ (ب) ٩ : ١٦ (جـ) ٣ : ٥ (د) ٩ : ٢٥

⓬ إذا كانت النسبة بين محيطي مضلعين متشابهين ١ : ٤ ❶

فإن النسبة بين مساحة سطحيهما تساوي ....

(أ) ١ : ٢ (ب) ١ : ٤ (جـ) ١ : ٨ (د) ١ : ١٦

السؤال الثاني :- أجب عما يأتي :-

(أ) إذا كان ل،م هما جذرا المعادلة $٢س^٢ - ٣س - ١ = ٠$ ❷

كون المعادلة التي جذراها ل م ، ل+ م .

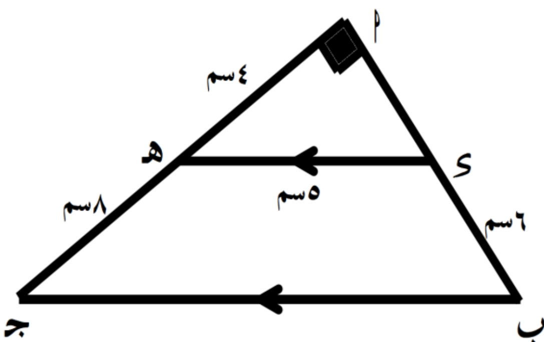
(ب) مضلعين متشابهين االنسبة بين طولي ضلعين متناظرين فيهما ٥ : ٣ ❷

إذا كان الفرق بين مساحتيهما ٣٢ $سم^٢$ فأوجد مساحة كل منهما .

(جـ) دائرة طول نصف قطرها ٨ سم أوجد طول القوس المقابل لزاوية مركزية ❷

فيها قياسها $\frac{٥}{١٢}\pi$.

(د) في الشكل المقابل :- ❷



أب جـ مثلث قائم الزاوية في أ أثبت أن :-

$\overline{ءهـ}$ // $\overline{بجـ}$ ، وأوجد طول $\overline{بجـ}$.

انتهت الاسئلة بالتوفيق،،،

مستر/ علي محمود حسان ٠١٠٦٠٠٢٢٧٨٩

كيفية طباعة صفحات معينة من ملف معين

مثلا ازاى نطبع الصفحات من صفحة 4 الى صفحة 9

